

УДК 539.3

И. В. Янчевский, канд. техн. наук

МИНИМИЗАЦИЯ ПРОГИБОВ КРУГЛОЙ ЭЛЕКТРОУПРУГОЙ БИМОРФНОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ

Решена задача уменьшения амплитудных значений нестационарных колебаний механически нагруженной круглой пластины металл–пьезокерамика. Рассмотрено два варианта определения профиля управляющего электрического сигнала, подводимого к сплошным электродным покрытиям пьезоэлемента. Для оценки эффективности управления исследованы колебания пластины при короткозамкнутых электродах. Решение получено аналитически с применением интегрального преобразования Лапласа по времени. Приведены результаты расчетов и их анализ.

Ключевые слова: асимметричная биморфная пластина, нестационарные процессы, подавление колебаний, интегральное преобразование Лапласа.

Введение. Пьезокерамические преобразователи находят широкое применение в современной аппаратуре различного назначения. Анализ достижений по исследованию колебаний пьезопреобразователей различной конфигурации можно найти в обзорных статьях [3, 4, 20]. Круглая в плане асимметричная биморфная пластина, состоящая из металлического и пьезокерамического тонких слоев одинакового радиуса, – одно из распространенных конструктивных исполнений таких преобразователей. Они, в частности, используются в качестве первичного преобразовательного элемента датчиков быстропеременного давления. Оценке чувствительности и других характеристик биморфных датчиков в случае динамического механического нагружения посвящены статьи [6, 10]. Для адаптивных оптических систем, настройки спутниковых антенн и проч., актуальными являются задачи формирования заданной изогнутой поверхности биморфной пластины за счет электрических сигналов, подводимых к сплошным или секционированным электродным покрытиям ее пьезослоя [2, 8, 12]. Отметим также публикации [7, 11, 15], в которых исследовались колебания пьезоэлектрических и вязкоупругих пластин при электромеханическом нагружении с привлечением как классических гипотез Кирхгофа, так и уточненных гипотез Тимошенко.

В монографиях [16, 18, 19] можно найти обзор достижений использования пьезопреобразователей для управления напряженно-деформированным состоянием элементов, подверженных динамическому механическому нагружению. Связанные с этими приложениями теоретические исследования (большая часть) выполнены в предположении, что динамический процесс является периодическим во времени. Однако не менее актуальными являются задачи управления, сформулированные в нестационарной постановке, которые к настоящему времени изучены недостаточно. Частные постановки таких задач и возможности управления приведены в статьях [13, 14, 17].

В настоящей работе рассмотрена задача уменьшения амплитудных значений изгибных колебаний круглой пластины типа металл–пьезокерамика при импульсном механическом ее нагружении за счет электрического сигнала, подводимого к сплошным электродным покрытиям пьезоэлемента. Следует отметить работы [1, 5], в которых развиты подходы подавления колебаний двухслойных балки и прямоугольной пластины в результате действия заданной нестационарной поверхностной нагрузки и показана эффективность предложенных авторами методов формирования управляющего электрического сигнала.

Постановка задачи и исходные уравнения. Рассматривается круглая пластина, состоящая из жестко соединенных между собой пьезокерамического и упругого слоев одинакового радиуса R . Толщины слоев постоянны и обозначены через h_p и h_m , граничные условия соответствуют шарнирному закреплению. Пластина нагружена нестационарным давлением p , равномерно распределенным на круговой области радиуса r_0 , центр которой совпадает с центром пластины ($r_0 \leq R$).

На лицевых поверхностях пьезослоя нанесены бесконечно тонкие сплошные электроды. Задача состоит в расчете разности потенциалов V , которую необходимо подвести к электродам пьезоэлемента для уменьшения амплитудных значений механически обусловленных изгибных колебаний пластины. При этом предполагается, что внутренний электрод поддерживается на нулевом потенциале. Начальные условия – нулевые.

Считая пластину тонкой, привлекаются уравнения теории, основанной на обобщенных гипотезах Кирхгофа–Лява. В результате задача о колебаниях пластины как трехмерного тела заменяется задачей о колебаниях поверхности приведения, положение которой в цилиндрической системе координат, ось z которой совпадает с осью пластины, определяется расстоянием $z_0 = 0,5(c_{11}^p h_p^2 - c_{11}^m h_m^2) / (c_{11}^p h_p + c_{11}^m h_m)$ относительно плоскости соединения слоев [1, 10]. Здесь $c_{11}^j = 1/s_{11}^j(1 - \nu_j^2)$; s_{11}^j, ν_j ($j = m, p$) – упругие податливости и коэффициенты Пуассона материалов. Тогда с учетом осесимметрии нагружения, способа закрепления пластины и выбранного положения поверхности приведения ($z = 0$) возбуждаются чисто изгибные колебания, уравнение которых имеет вид [10]:

$$\nabla^2 \nabla^2 w + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P, \quad (1)$$

где w – перемещения точек в нормальном к поверхности приведения направлении; $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$ – оператор Лапласа; $P(r, t) = p(t) \cdot H(t) \cdot H(r_0 - r)$ – функция, описывающая механическую нагрузку; r – радиальная координата; H – единичная функция Хевисайда.

Граничные условия относительно w запишутся следующим образом [2, 10]:

$$w|_{r=1}=0; \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right)_{r=1} = V. \quad (2)$$

Постановка задачи (1), (2) выполнена с использованием безразмерных обозначений, согласно которым прогиб w и координата r отнесены к R ; время t – к $\sqrt{\rho R^4 / D}$, разность потенциалов V – к $-e_1 a R / \bar{D}$, механическая нагрузка p – к R^3 / \bar{D} , и приняты следующие обозначения

$$\bar{\rho} = \rho_p h_p + \rho_m h_m; \quad \bar{D} = c_{11}^p J_p + c_{11}^m J_m + J_{p0} \frac{e_1^2}{\varepsilon_3}; \quad e_1 = \frac{d_{31}}{s_{11}^p (1 - \nu_p)}; \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_{33}^T \left(1 - 2 \frac{d_{31} e_1}{\varepsilon_{33}^T} \right);$$

$$J_p = \frac{z_0^3 - (z_0 - h_p)^3}{3}; \quad J_m = \frac{(z_0 + h_m)^3 - z_0^3}{3}; \quad J_{p0} = \frac{h_p^3}{3}; \quad \bar{\nu} = \nu_p + (1 - \nu_p) \frac{J_{p0} e_1^2}{D \varepsilon_3}; \quad a = z_0 \frac{h_p}{2},$$

где ρ_j – плотности материалов, образующих двухслойный пакет; d_{31} , ε_{33}^T – пьезоэлектрическая постоянная и диэлектрическая проницаемость пьезокерамики.

Для замыкания системы вынужденных колебаний преобразователя уравнение (1) и граничные условия (2) необходимо дополнить однородными начальными условиями и условием управления, на основании которого определяется профиль электрического сигнала V .

Колебания пластины при короткозамкнутых электродах пьезоэлемента. Для оценки эффективности предложенных далее условий управления, рассмотрим поведение пластины в случае, когда токопроводящие покрытия электроупругого слоя закорочены ($V(t)=0$).

В соответствии с принципом суперпозиции функцию w можно представить в виде суммы квазистатической и динамической составляющих:

$$w(r,t) = w_s(r,t) + w_d(r,t), \quad (3)$$

в которой первое слагаемое удовлетворяет однородному уравнению (1) без инерционной составляющей – $w_s(r,t) = B_0(t) + B_1(t) \cdot r^2 + B_2(t) \cdot \ln(r) + B_3(t) \cdot r^2 \cdot \ln(r)$ ($\nabla^2 \nabla^2 w_s = 0$), а динамическую часть ищем в виде ряда Фурье–Бесселя –

$$w_d(r,t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k(t) J_0(\lambda_k r), \quad \text{где } \lambda_k \text{ – положительные корни уравнения}$$

$J_0(\lambda_k) = 0$. Тогда, с учетом ограниченности прогибов в центральной точке и равенства $w|_{r=1}=0$ выражение (3) можем переписать следующим образом:

$$w(r,t) = B_0(t) \cdot (1-r^2) + \sum_{k=1}^{\infty} A_k(t) J_0(\lambda_k r), \quad (4)$$

где $B_0(t)$, $A_k(t)$ – произвольные функции времени.

Из второго граничного условия (2) несложно получить соотношение между указанными функциями:

$$B_0(t) = - \sum_{k=1}^{\infty} A_k(t) \Psi_k,$$

и, следовательно, выразить прогиб w через коэффициенты $A_k(t)$:

$$w(r,t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k(t) \left(J_0(\lambda_k r) - \Psi_k (1-r^2) \right), \quad (5)$$

где $\Psi_k = \frac{\bar{\nu}-1}{2(\bar{\nu}+1)} \xi_k$; $\xi_k = \lambda_k J_1(\lambda_k)$; J_1 – функция Бесселя.

Последующая подстановка формулы (5) в уравнение (1), исключение J_0 на основании свойства ортогональности бесселевых функций и применение преобразования Лапласа по временной переменной с учетом нулевых начальных условий приводят к следующей системе алгебраических уравнений в пространстве изображений:

$$A_k^L(s) - \beta_k^{(1)} \frac{s^2}{s^2 + \lambda_k^4} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^L(s) \Psi_n = \beta_k^{(0)} \frac{p^L(s)}{s^2 + \lambda_k^4}, \quad (6)$$

где индексом L обозначены трансформанты соответствующих функций; s – комплексный параметр преобразования; $\beta_k^{(1)} = \frac{4J_2(\lambda_k)}{\xi_k^2}$; $\beta_k^{(0)} = \frac{2r_0 J_1(\lambda_k r_0)}{\xi_k J_1(\lambda_k)}$.

Переход в пространство оригиналов для системы (6) с использованием таблиц операционного исчисления не вызывает принципиальных затруднений. В результате обращения получим бесконечную систему интегральных уравнений Вольтерра второго рода относительно $A_k(t)$:

$$A_k(t) - \beta_k^{(1)} \sum_{n=1}^{\infty} \Psi_n \left[A_n(t) - \lambda_k^2 \int_0^t A_n(\tau) \sin(\lambda_k^2(t-\tau)) d\tau \right] = \frac{\beta_k^{(0)} t}{\lambda_k^2} \int_0^t p(\tau) \sin(\lambda_k^2(t-\tau)) d\tau. \quad (7)$$

Система (7) решалась методом квадратур с предварительным ее усечением и применения итерационного метода последовательных приближений.

Входящие в систему функции A_k и p заменялись ступенчато-постоянными аппроксимациями в области изменения переменной t :

$$A_k(t) = \sum_{i=1}^{T/\Delta t} (A_k)_i \cdot [H(t-t_{i-1}) - H(t-t_i)]; \quad p(t) = \sum_{i=1}^{T/\Delta t} p_i \cdot [H(t-t_{i-1}) - H(t-t_i)],$$

где $(A_k)_i$, p_i – постоянные величины; $t_i = i \cdot \Delta t$ – узлы разбиения исследуемого конечного временного интервала $[0, T]$; Δt – шаг разбиения.

Описанный алгоритм позволил заменить (7) дискретными аналогами в виде систем линейных алгебраических уравнений, для построения устойчивых к вычислительным погрешностям решений которых применялся регулирующий алгоритм А. Н. Тихонова. Далее, по значениям $(A_k)_i$ вычисляются прогиб пластины (5) в фиксированные моменты времени t_i .

Первый вариант вычисления управляющего сигнала. В качестве первого условия управления рассмотрим интегральный критерий, моделирующий приближение поверхности приведения биморфной пластины к недеформированному состоянию

$$\Omega_1 = \int_0^1 w \cdot r \, dr = 0. \quad (8)$$

При решении задачи (8) выражение (4), определяющее прогиб пластины, сохраняет свой вид. Несложно показать, что в этом случае равенства (5)–(7) и, следовательно, алгоритм решения задачи, остаются без изменений, если положить $\Psi_k = 4\xi_k / \lambda_k^2$. Управляющий электрический сигнал $V(t)$, обеспечивающий выполнение условия (8), находится из равенства (2):

$$V(t) = -2(1+\bar{\nu})B_0(t) + (1-\bar{\nu}) \sum_{k=1}^{\infty} A_k(t) \xi_k. \quad (9)$$

Отметим, что решение системы уравнений (5), (7) и (9) при $\Psi_k = 1$ обеспечивает неподвижность центральной точки пластины (критерий управления записывается в виде $\Omega_1' = w|_{r=0} = 0$).

Второй вариант вычисления управляющего сигнала. Сформулируем условие управления как минимизацию интегрального критерия качества Ω_2 , включающего квадратичные характеристики состояния механической системы и управляющего воздействия.

Для реализации этого подхода, который широко используется в теории оптимального управления [9], подставим выражение (4) в уравнение (1). Последующее исключение функции Бесселя и введение переменной

$y_k = A_k + \beta_k^{(1)} B_0$ приводит к системе

$$\dot{y}_k = -\lambda_k^4 y_k + \beta_k^{(2)} B_0 + \beta_k^{(0)} p, \tag{10}$$

где $\ddot{y}_k = d^2 y_k / dt^2$; $\beta_k^{(2)} = \lambda_k^4 \beta_k^{(1)}$.

Тогда целевой квадратичный функционал Ω_2 для демпфирования колебательного процесса, описываемого уравнениями (10), определим следующим образом [5]:

$$\Omega_2 = \int_0^{\infty} \left(\sum_{k=1}^{\infty} (q_{2k-1} y_k + q_{2k} \dot{y}_k)^2 + B_0^2 \right) dt,$$

где q_n – весовые коэффициенты, устанавливающие приоритет минимизации y_k и \dot{y}_k по отношению к функции B_0 .

Алгоритм численного решения задачи $\Omega_2 \rightarrow \min$ предполагает ограничение K гармониками. Далее вводится $2K$ -мерный вектор-столбец x с компонентами $x_{2k-1} = y_k$; $x_{2k} = \dot{y}_k$ ($k = \overline{1, K}$), позволяющий переписать уравнения (10) в виде системы линейных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot B_0 + F \cdot p, \tag{11}$$

в которой ненулевые элементы матрицы A размерностью $(2K \times 2K)$ и $2K$ -мерных вектор-столбцов B и F определяются равенствами:

$$A_{2k, 2k-1} = -\lambda_k^4; \quad A_{2k-1, 2k} = 1; \quad B_{2k} = \beta_k^{(2)}; \quad F_{2k} = \beta_k^{(0)}.$$

В результате, функционал Ω_2 может быть представлен в матричной форме:

$$\Omega_2 = \int_0^{\infty} (x^T Q x + B_0^2) dt. \tag{12}$$

Здесь индекс T означает операцию транспонирования, Q – квадратная $(2K \times 2K)$ -матрица со значениями q_n на главной диагонали ($Q_{n,n} = q_n$; $n = \overline{1, 2K}$).

Искомое решение B_0 , минимизирующее квадратичный функционал (12) для системы дифференциальных уравнений (11), методом динамического программирования получено в виде [9]

$$B_0 = -B^T K x, \quad (13)$$

где матрица K удовлетворяет матричному уравнению Риккати:

$$K B B^T K^T - K A - A^T K^T - Q = 0.$$

Тогда, с учетом соотношения $x_{2k-1}(t) = \int_0^t x_{2k}(\tau) d\tau$, четные компоненты вектора x могут быть вычислены из системы алгебраических уравнений

$$\dot{x} + (B B^T K - A) x = F \cdot p. \quad (14)$$

Последующее нахождение функции B_0 и коэффициентов A_k на основании формулы (13) и соотношения $A_k = x_{2k-1} - \beta_k^{(1)} B_0$ не вызывает принципиальных затруднений. Имея полный набор величин A_k и B_0 по формулам (9) и (4) восстанавливается закон изменения во времени управляющего воздействия и поведение биморфной пластины при совместном электромеханическом нагружении.

Числовые результаты. В качестве примера рассмотрим случай приложения механической нагрузки прямоугольного профиля – $p(t) = H(2,5 \cdot T_0 - t)$, где $T_0 = 1,1$; $2\pi/T_0$ – низшая частота собственных колебаний биморфной пластины при короткозамкнутых электродах пьезоэлемента ($V=0$). На рис. 1, а кривой 1 изображена зависимость от времени прогиба в центре пластины $w_0(t) = w(0, t)$ без управления ($V=0$). Из графика видно, что при $t < 2,5 \cdot T_0$ пластина совершает колебания относительно некоторого статического перемещения, а после прекращения действия механической нагрузки ($t > 2,5 \cdot T_0$) – относительно равновесного положения с максимальной на момент снятия нагрузки ($t = 2,5 \cdot T_0$) амплитудой. Для компенсации механической нагрузки и удовлетворения условия управления (8) необходимо к внешнему электроду пьезослоя приложить потенциал V , зависимость от времени которого иллюстрирует кривая 2 (рис. 1, б). В результате ее действия прогибы пластины уменьшаются приблизительно в пять раз (кривая 2, рис. 1, а). Кривые 3 и 4 соответствуют результатам решения задачи оптимального управления (12) при $K=3$ и весовых коэффициентах $q_n = 10^{-6}$ (кривая 3) и $q_n = 10^{-2}$ (кривая 4).

Представленный графический материал демонстрирует эффективность снижения амплитуд нестационарных колебаний пластины за счет приложения управляющего электрического сигнала. Очевидно, что наибольшее снижение амплитуд перемещения наблюдается в случае, когда управляющее воздействие вычисляется на основании критерия (8). При подводе оптимального управления имеет место демпфирование колебаний и приближение деформированного состояния пластины к положению статического равновесия.

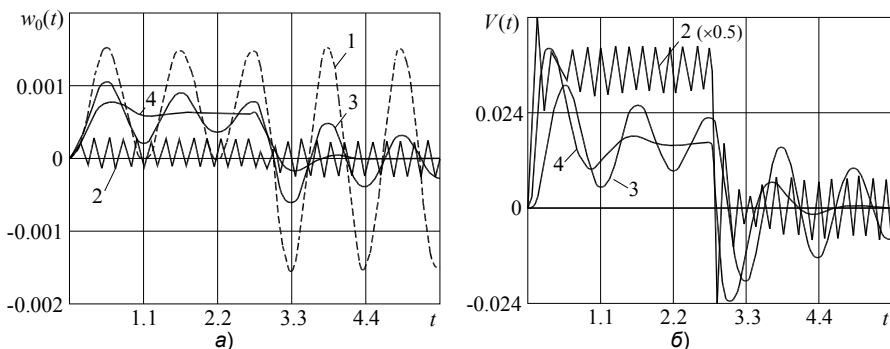


Рис. 1 – Управление колебаниями пластины при $p(t)=H(2,75-t)$

При проведении расчетов приняты следующие размеры биморфной пластины и области приложения механической нагрузки: $R=25$ мм, $r_0=0,5 \cdot R$; $h_p=1$ мм, $h_m=h_p/2$. Электромеханические свойства материалов слоев соответствуют пьезокерамике PZT5 и титановому сплаву ВТ-6: $\rho_p=7600$ кг/м³, $s_{11}^p=15,4 \cdot 10^{-12}$ м²/Н, $\nu_p=0,331$, $d_{13}=-178 \cdot 10^{-12}$ Кл/Н, $\epsilon_{33}^T=1750 \cdot \epsilon_0$; $\rho_m=4450$ кг/м³, $s_{11}^m=8,85 \cdot 10^{-12}$ м²/Н.

Точность расчетов контролировалась варьированием шага по времени Δt и сопоставлением результатов, полученных при различном порядке усечения системы (7).

Изменение во времени нормального перемещения центральной точки $w_0(t)$ в случае приложения механической нагрузки взрывного типа (рис. 2) и отсутствии управления ($V=0$) показано кривой 1 на рис. 3, а. При действии электрического сигнала, профиль которого определен на основании условия (8) и приведен на рис. 3, б в виде кривой 2, амплитудные значения прогиба $w_0(t)$ будут существенно ниже (кривая 2, рис. 3, а). С целью рационального использования графической области кривая 2 на рис. 3, б построена с масштабным коэффициентом 0.5. Оптимальное управление $V(t)$, минимизирующее целевой квадратичный функционал (12) и соответствующий ему прогиб $w_0(t)$ при электромеханическом нагружении биморфной пластины, представлены кривыми 3 для $q_n=10^{-6}$ и кривыми 4 для $q_n=10^{-2}$ (при этом, как и ранее, $K=3$).

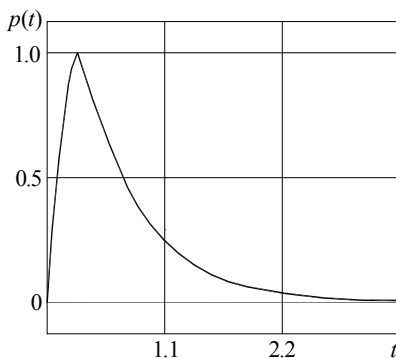


Рис. 2 – Профиль нагрузки взрывного типа

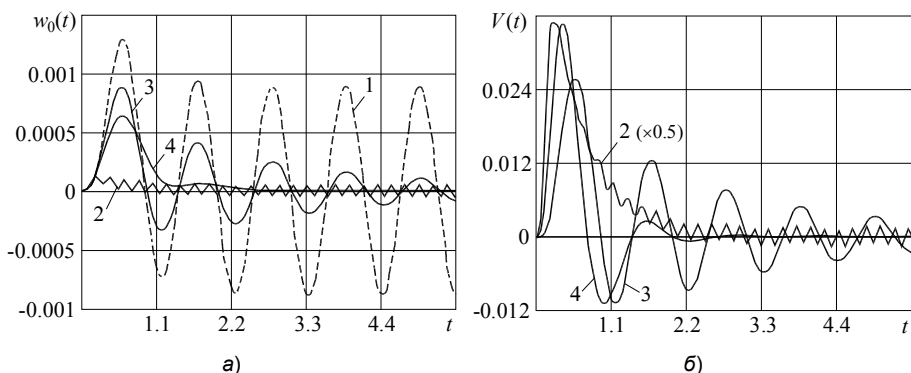


Рис. 3 – Управление колебаниями пластины при нагрузке взрывного типа

Из представленного графического материала можно сделать вывод, что с точки зрения подавления амплитудных значений нормальных перемещений первый вариант управления дает лучшие результаты (кривые 2, рис. 1, а; 3, а). Однако к преимуществам второго (на основе метода оптимального управления) следует отнести то, что он обеспечивает быстро затухающий процесс колебаний и приводит к равновесному состоянию биморфной пластины при минимальных энергетических затратах на формирование управляющего воздействия (кривые 3, 4, рис. 1, а; 3, а). Поэтому для его реализации требуется подведение потенциала с меньшими амплитудными значениями (кривые 3, 4, рис. 1, б; 3, б). В целом, для снижения деформированного состояния пластины при импульсном механическом ее нагружении можно использовать комбинацию указанных подходов, первый из которых устраняет пиковые значения перемещений биморфной пластины, а второй дает хорошие результаты для подавления нестационарных ее колебаний после прекращения действия механической нагрузки.

Выводы. Выполненные расчеты показали эффективность использования одного пьезоэлемента со сплошными токопроводящими покрытиями, который полностью покрывает поверхность пластины для управления ее

изгибными колебаниями и эффективность изложенных в настоящей работе подходов к вычислению профиля электрического сигнала для уменьшения амплитудных значений этих колебаний. Эти подходы могут быть распространены на задачи управления нестационарными колебаниями в случае отсутствия полной информации о механической нагрузке. Реализация решения задачи в такой постановке подразумевает введение в систему дополнительного слоя из пьезоактивного материала таким образом, чтобы один из пьезослоев триморфной пластины работал в режиме прямого пьезоэлектрического эффекта, второй – в режиме обратного (сенсор и актуатор). Управляющий электрический сигнал как функция времени в этом случае может быть определена, например, по значениям разности потенциалов между электродами сенсора (т. н. управление с обратной связью).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Бабаев А. Э.** Активное демпфирование нестационарных изгибных колебаний биморфной балки / А. Э. Бабаев, А. А. Бабаев, И. В. Янчевский // Прикл. механика. – 2010. – Т. 46, № 7. – С. 84–92.
2. **Ватульян А. О.** Управление поверхностью секционированной биморфной пластины / А. О. Ватульян, Н. Б. Лапицкая [и др.] // Прикл. механика и техн. физика. – 1995. – Т. 36, № 4. – С. 131–136.
3. **Гузь А. Н.** Динамика систем оболочек, взаимодействующих с жидкостью / А. Н. Гузь, В. Д. Кубенко, А. Э. Бабаев // Прикл. механика – 2002. – Т. 38, № 3. – С. 13–58.
4. **Карлаш В. Л.** Резонансные электромеханические колебания пьезоэлектрических оболочек вращения (обзор) / В. Л. Карлаш // Прикл. механика. – 2008. – Т. 44, № 3. – С. 3–34.
5. **Карнаухов В. Г.** Демпфирование колебаний прямоугольной пластины при помощи пьезоэлектрических актуаторов / В. Г. Карнаухов, Я. В. Ткаченко // Прикл. механика. – 2008. – Т. 44, № 2. – С. 78–84.
6. **Карнаухов В. Г.** Резонансные изгибные колебания гибкой шарнирно–опертой вязкоупругой круглой пластины с пьезоэлектрическими сенсорами / В. Г. Карнаухов, Т. В. Карнаухова // Теор. и прикл. мех. – 2009. – Вып. 45. – С. 124–130.
7. **Киричок И. Ф.** Моногармонические колебания и виброразогрев электромеханически нагруженной круглой пластинки с пьезоэлектрическими актуаторами при учете деформации сдвига / И. Ф. Киричок, М. В. Карнаухов // Прикл. механика. – 2008. – Т. 44, № 9. – С. 104–114.
8. **Киричок И. Ф.** Изгибные колебания и разогрев круглой биморфной пьезопластины при подводе электрического возбуждения к неоднородно электродированным поверхностям / И. Ф. Киричок // Прикл. механика. – 2005. – Т. 41, № 9. – С. 94–100.
9. **Методы** классической и современной теории автоматического управления. / Под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 744 с.
10. **Рудницкий С. И.** Колебания дискового биморфного преобразователя типа металл–пьезокерамика / С. И. Рудницкий, В. М. Шарапов, Н. А. Шульга // Прикл. механика. – 1990. – Т. 26, № 10. – С. 64–72.
11. **Шульга М. О.** Резонансні електромеханічні коливання п'єзоелектричних пластин / М. О. Шульга, В. Л. Карлаш. – К.: Наук. думка, 2008. – 270 с.
12. **Aleksandrov A. G.** Closed adaptive systems with controllable bimorph mirrors / A. G. Aleksandrov, V. E. Zavalova, A. V. Kudryashov [et al.] // J. Opt. Tech. – 2004. – Vol. 71, Iss. 11. – P. 737–741.
13. **Chellabi A.** Direct Optimal Vibration Control of a Piezoelastic Plate // J. of Vibration and Control. / A. Chellabi, Yu. Stepanenko, S. Dost. – 2009. – Vol. 15, N. 7. – P. 1093–1118.
14. **Donoso A.** Distributed piezoelectric modal sensors for circular plates / A. Donoso, J. C. Bellido // J. Sound and Vibration. – 2009. – Vol. 319, N. 1–2. – P. 50–57.
15. **Eshmatov B. Kh.** Nonlinear Vibration Analysis of Viscoelastic Plates Based on Refined Timoshenko Theory / B. Kh. Eshmatov // Int. Appl. Mech. – 2006. – Vol. 42, N 5. – P. 596–605.

16. **Gabbert U.** Smart Structures and Structronic Systems / U. Gabbert, H. S. Tzou. – London: Kluwer Academic Pub, 2001. – 384 p.

17. **Rofooei F. R.** Application of active piezoelectric patches in controlling the dynamic response of a thin rectangular plate under a moving mass / F. R. Rofooei, A. Nikkhoo // Int. J. of Sol. and Struct. – 2009. – Vol. 46, Iss. 11–12. – P. 2429–2443.

18. **Seung-Bok Choi.** Piezoelectric actuators: control applications of smart materials. / Choi Seung-Bok, Han Young-Min. – N.-Y.: CRC Press, 2010. – 280 p.

19. **Tzou H. S.** Dynamics and control of distributed systems. / H. S. Tzou, L. A. Bergman. – Cambridge: Cambridge University Press, 1998. – 400 p.

20. **Wang J.** Higher-order theories of piezoelectric plates and applications / J. Wang, J. Yang // Appl. Mech. Rev. – 2000. – Vol. 53, N 4. – P. 87–99.

*Харьковский национальный
автомобильно-дорожный университет,
Харьков, Украина*

Поступила в редколлегию 15.02.2011

I. V. Yanchevskiy, канд. техн. наук

МІНІМІЗАЦІЯ ПРОГІНІВ КРУГЛОЇ ЕЛЕКТРОПРУЖНЬОЇ БІМОРФНОЇ ПЛАСТИНИ ПРИ ІМПУЛЬСНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Розв'язана задача зменшення амплітудних значень нестационарних коливань механічно навантаженої круглої пластини метал–п'єзокераміка. Розглянуто два варіанти визначення профілю керуючого електричного сигналу, який підводиться до суцільних електродних покриттів п'єзоелементу. Для оцінки ефективності управління досліджені коливання пластини при короткозамкнених електродах. Розв'язок отримано аналітично із застосуванням інтегрального перетворення Лапласа за часом. Наведені результати розрахунків та їх аналіз.

Ключові слова: асиметрична біморфна пластина, нестационарні процеси, придушення коливань, інтегральне перетворення Лапласа.

I. V. Yanchevskiy, Associate Professor

MINIMIZING DEFLECTIONS OF ROUND ELECTROELASTIC BIMORPH PLATE UNDER IMPULSIVE LOADING

The problem of non-stationary vibration damping for mechanically loaded round plate “metal-piezoceramic” is solved. Two variants of definition of electric controlling signal supplied to continuous electrode coverings of piezoelement are considered. Vibration of bimorph plate with short-circuited electrodes is investigated for control efficiency estimation. The solution is obtained analytically with the help of Laplace integral transform in time. Results of calculations and their analysis are presented.

Keywords: asymmetric bimorph plate, non-stationary processes, vibration damping, Laplace integral transform.