

УДК 539.3

С. М. Павлишин, В. М. Пилипчук, д-р фіз.-мат. наук, Д. В. Терещенко

НАПІВАКТИВНЕ ДЕМПФУВАННЯ МОДЕЛІ АВТОМОБІЛЯ ПРИ РОЗРИВНОМУ ПЕРІОДИЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Розглянуто динаміку автомобіля з пасивним та напівактивним демпфуванням при негладкому періодичному навантаженні на прикладі моделі “чверті автомобіля”. Для моделі з пасивним демпфуванням наведено точний розв’язок, одержаний методом негладкого перетворення аргументу, та знайдено резонансні частоти. Побудовано систему регулювання на основі ПІД-регулятора для моделі з магнітореологічним демпфером та показано переваги напівактивного демпфування над пасивним.

Ключові слова: магнітореологічна рідина, негладке перетворення аргументу, напівактивне демпфування, схема регулювання

Вступ. Обладнання сучасних автомобілів системами автоматичного керування (САК) з метою забезпечення більшої безпеки та комфортності руху вимагає створення та всебічного вивчення роботи агрегатів, що виконують роль виконавчих механізмів САК. В останні роки широкої популярності набули напівактивні демпфери, принцип роботи яких оснований на властивостях магнітореологічних рідин, що їх наповнюють. Така рідина змінює свою в’язкість під дією струму, що проходить через неї. У результаті при застосуванні таких демпферів на відміну від традиційних пасивних демпферів є можливість регулювання сили демпфування в залежності від навантаження на автомобіль.

Хоча рідини з магнітореологічними властивостями відомі ще з середини минулого століття їх практичне застосування почалося порівняно недавно і пов’язане було, в першу чергу, з гасінням сейсмічних навантажень [3, 6]. Лише в останнє десятиліття магнітореологічні демпфери (МРД) почали широко застосовуватись в автомобілебудуванні. Теоретичні дослідження в цьому зв’язку присвячені в основному розробці та вивченню різноманітних алгоритмів керування МРД [4, 5].

Постановка задачі. Для аналізу роботи магнітореологічного демпфера часто використовують найпростішу модель “чверті автомобіля” (рис. 1) [5].

Модель складається з колеса масою m_1 та кузова масою m_2 , які сполучені через підвісну систему з параметром жорсткості k_2 та силою демпфування f_d . Колесо з жорсткістю k_1 та в’язкістю c_1 знаходиться в контакті з дорожнім профілем. Динаміка такої моделі описується рівняннями руху

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{z}_1 + c_1 \dot{z}_1 + (k_1 + k_2) z_1 + f_d - k_2 z_2 &= k_1 w + c_1 \dot{w}; \\ m_2 \ddot{z}_2 - f_d + k_2 z_2 - k_2 z_1 &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де $w = w(t)$ – вертикальне переміщення точки контакту колеса з дорогою, що визначається профілем дороги; $z_i = z_i(t)$ ($i = 1, 2$) – вертикальне зміщення мас, що відраховуються від їх положення рівноваги, коли колесо знаходиться на нульовому рівні дороги ($w=0$, штрихова лінія на рис. 1).

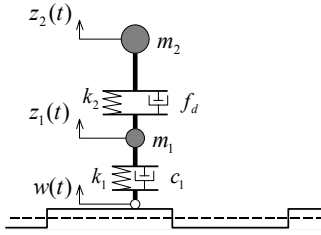


Рис. 1 – Пружинно-масова модель “чверті автомобіля”

Розглянемо лінійний випадок сили демпфування

$$f_d = -c_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1). \quad (2)$$

В якості функції дороги виберемо прямокутний косинус

$$w(t) = Ae(\omega t), \quad (3)$$

де $e(\omega t) = \tau'(\omega t)$, $\tau(\omega t)$ – пилоподібний синус (рис. 2); штрих тут і далі означає диференціювання по всьому аргументу функції.

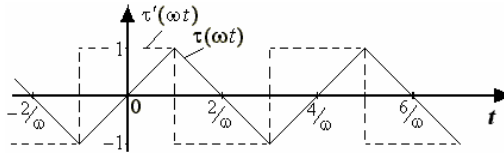


Рис. 2 – Пилоподібний синус та його похідна

Розв’язання задачі. Розв’язок задачі будемо шукати методом негладкого перетворення аргументу [7]. Згідно цьому методу будь-яку періодичну функцію з періодом $T=4/\omega$ можна представити наступним чином:

$$z(t) = R(\tau(\omega t)) + Q(\tau(\omega t)) \cdot e(\omega t), \quad (4)$$

де $R(\tau) = 1/2 \cdot (z(\tau/\omega) + z(2/\omega - \tau/\omega))$, $Q(\tau) = 1/2 \cdot (z(\tau/\omega) - z(2/\omega - \tau/\omega))$.

Тому розв’язок задачі (1) – (3) будемо шукати у виді

$$z_i(t) = R_i(\tau) + Q_i(\tau)e, \quad i = 1, 2.$$

Функції R_i , Q_i підлягають визначенню. Перша похідна невідомих функцій матиме вигляд

$$\dot{z}_i(t) = \omega R_i' e + \omega Q_i' e^2 + \omega Q_i e', \quad i = 1, 2.$$

Останній доданок в правій частині представляє собою періодичну серію δ -імпульсів локалізованих в точках $\tau = \pm 1$. Зважаючи на те, що функції z_j неперервні, цей член присутній формально і підлягає виключенню за допомогою прийняття умови

$$Q_i \Big|_{\tau=\pm 1} = 0, \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

Крім того, базисні елементи представлення (4) $\{1, e\}$ породжують так звану алгебру гіперболічних чисел з “таблицею множення” $e^2 = 1$. В силу цього друга похідна шуканих функцій запишеться у вигляді

$$\ddot{z}_i(t) = \omega^2 (R_i'' + Q_i'' e + R_i' e'), \quad i = 1, 2.$$

Підставивши отримані вирази у рівняння руху (2) та прирівнявши коефіцієнти при $\{1, e\}$ зліва та справа, отримаємо систему чотирьох диференціальних рівнянь відносно функцій $R_1(\tau), Q_1(\tau), R_2(\tau), Q_2(\tau)$

$$\begin{aligned} m_1 \omega^2 R_1'' + (c_1 + c_2) \omega Q_1' + (k_1 + k_2) R_1 - c_2 \omega Q_2' - k_2 R_2 &= 0; \\ m_1 \omega^2 Q_1'' + (c_1 + c_2) \omega R_1' + (k_1 + k_2) Q_1 - c_2 \omega R_2' - k_2 Q_2 &= k_1 A; \\ m_2 \omega^2 R_2'' + c_2 \omega Q_2' + k_2 R_2 - c_2 \omega Q_1' - k_2 R_1 &= 0; \\ m_2 \omega^2 Q_2'' + c_2 \omega R_2' + k_2 Q_2 - c_2 \omega R_1' - k_2 Q_1 &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

та умови, що виключають з рівнянь імпульсні функції

$$R_1' \Big|_{\tau=\pm 1} = c_1 A / (m_1 \omega), \quad R_2' \Big|_{\tau=\pm 1} = 0. \quad (7)$$

Таким чином, початкова динамічна система (1) – (3) зветься до граничної задачі (5) – (7), яка формально хоч і має більш складніший вид, проте не містить розривних функцій. Зазначимо, що такий підхід дозволяє уникнути узагальнених Фур'є-розкладань сингулярних та розривних функцій, або ще більш складних алгебраїчних задач сполучення розв'язків у точках розриву функції профілю дороги.

Характеристичне рівняння системи (6) розпадається на дві взаємовиключні умови

$$\begin{aligned} \mu^4 \pm \frac{m_1 c_2 + m_2 c_1 + m_2 c_2}{m_1 m_2} \mu^3 + \frac{m_1 k_2 + m_2 k_1 + m_2 k_2 + c_1 c_2}{m_1 m_2} \mu^2 \pm \\ \pm \frac{c_1 k_2 + c_2 k_1}{m_1 m_2} \mu + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

де $\mu = \omega \lambda$, λ – корінь характеристичного рівняння.

Оскільки на практиці, як правило, сили пружності переважають сили в'язкості, то корені рівнянь (8) в загальному випадку матимуть вид

$$\mu_{1,4}^- = \pm \alpha_1 \pm \beta_1 i, \quad \mu_{5,8}^- = \pm \alpha_2 \pm \beta_2 i,$$

де α_i, β_i ($i=1,2$) – дійсна та уявна частини коренів, які залежать від фізичних параметрів моделі.

Загальний розв'язок системи (6) можна тепер представити в формі

$$\begin{aligned}
R_i &= e^{\alpha_i \tau / \omega} \left(r_{i1} \cos \frac{\beta_1 \tau}{\omega} + r_{i2} \sin \frac{\beta_1 \tau}{\omega} \right) + e^{-\alpha_i \tau / \omega} \left(r_{i3} \cos \frac{\beta_1 \tau}{\omega} + r_{i4} \sin \frac{\beta_1 \tau}{\omega} \right) + \\
&+ e^{\alpha_i \tau / \omega} \left(r_{i5} \cos \frac{\beta_2 \tau}{\omega} + r_{i6} \sin \frac{\beta_2 \tau}{\omega} \right) + e^{-\alpha_i \tau / \omega} \left(r_{i7} \cos \frac{\beta_2 \tau}{\omega} + r_{i8} \sin \frac{\beta_2 \tau}{\omega} \right); \\
Q_i &= e^{\alpha_i \tau / \omega} \left(q_{i1} \cos \frac{\beta_1 \tau}{\omega} + q_{i2} \sin \frac{\beta_1 \tau}{\omega} \right) + e^{-\alpha_i \tau / \omega} \left(q_{i3} \cos \frac{\beta_1 \tau}{\omega} + q_{i4} \sin \frac{\beta_1 \tau}{\omega} \right) + \\
&+ e^{\alpha_i \tau / \omega} \left(q_{i5} \cos \frac{\beta_2 \tau}{\omega} + q_{i6} \sin \frac{\beta_2 \tau}{\omega} \right) + e^{-\alpha_i \tau / \omega} \left(q_{i7} \cos \frac{\beta_2 \tau}{\omega} + q_{i8} \sin \frac{\beta_2 \tau}{\omega} \right),
\end{aligned} \quad (9)$$

$i = 1, 2.$

Зауважимо, що розв'язок (9) завжди періодичний, незважаючи на присутність експонент, оскільки властивість періодичності заздалегідь "вбудована" в новий аргумент часу τ . Довільні константи r_{ij}, q_{ij} ($i = 1, 2, j = 1, \dots, 8$) виражаються через 8 базисних констант шляхом підстановки розв'язку (9) в систему (6), а ті, в свою чергу, знаходяться з граничних умов (5), (7).

Резонансні розв'язки. В роботі [7] було показано, що за певних умов в моделі може наступати резонанс. Ці умови виражаються співвідношенням

$$\mu_{0i} = k\pi\omega/2; \quad i=1,2; \quad k = 1,2,\dots, \quad (10)$$

де μ_{0i} – власні частоти системи (6) за умови відсутності дисипації енергії, тобто рівності нулю коефіцієнтів в'язкості c_1, c_2 .

Умова резонансу (10) в даному випадку випливає з умови рівності нулю визначника лінійної системи для довільних сталих (при відсутності дисипації) та не потребує Фур'є-розкладень шуканих функцій та навантаження. При наявності дисипації цей визначник в нуль не перетворюється, проте приймає малі значення, що приводить до сплеску амплітуд в околі (10).

Прийнявши значення параметрів моделі $m_1=77$ кг, $m_2=592$ кг, $k_1=258000$ Н/м, $k_2=36500$ Н/м, знайдемо значення резонансних частот

$$\mu_{01} = 61,91, \quad \mu_{02} = 7,34.$$

Менша частота відповідає резонансу кузова автомобіля і згідно з формулою (10) буде виникати при частоті зовнішнього навантаження $\omega = 4,67$.

На рис. 3 показано резонансний розв'язок (жирна лінія) для кузова моделі, а також розв'язки, що відповідають дорезонансній (пунктирна лінія) та післярезонансній (суцільна тонка лінія) частоті. В'язкості моделі прийнято рівними $c_1=3000$ Н·с/м, $c_2=3600$ Н·с/м.

Резонансний розв'язок задачі для різних значень коефіцієнту демпфування показано на рис. 4. Значення коефіцієнту бралися наступні: $c_2 = 2000$ Н·с/м (пунктирна крива), $c_2 = 3600$ Н·с/м (жирна крива), $c_2 = 5000$ Н·с/м (суцільна тонка крива).

З наведених нижче графіків можна зробити висновок, що в цілому демпфер з більшою в'язкістю краще гасить коливання кузова (рис. 4, а). Але в моменти раптової зміни навантаження демпфер з меншою в'язкістю сприяє

пом'якшенню силового впливу на кузов (рис. 4, б). Це обумовлює необхідність регулювання в'язкості демфера (сили демпфування) в залежності від режиму навантаження на автомобіль.

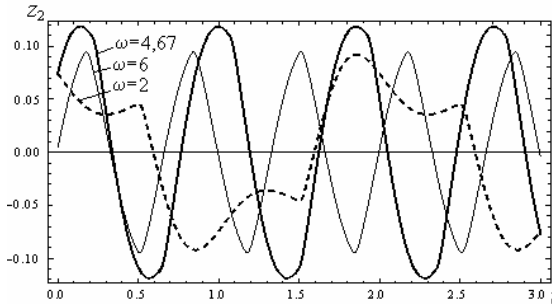


Рис. 3 – Коливання кузова автомобіля при різних значеннях частоти зовнішнього навантаження

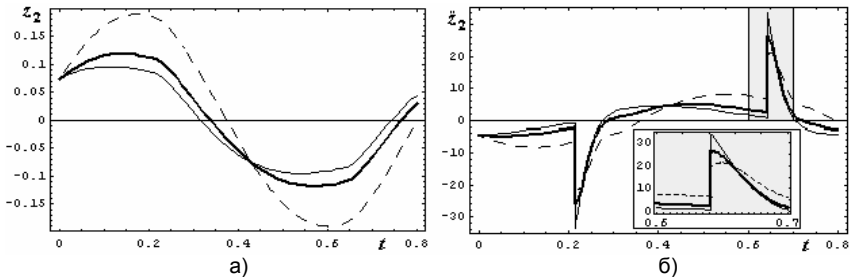


Рис. 4 – Координата та прискорення кузова автомобіля для різних значень коефіцієнту демпфування

Напівактивне демпфування моделі автомобіля. Розглянемо тепер модель (1) з напівактивним демпфуванням. Силу МРД можна представити у формі феноменологічної моделі, що відображає залежність сили демпфування від струму, що подається на демпфер:

$$f_d(\dot{z}_1 - \dot{z}_2, I) = (p_0 + p_1 I + p_2 I^2 + p_3 I^3) \operatorname{tgh}(\lambda(\dot{z}_1 - \dot{z}_2)) + q(\dot{z}_1 - \dot{z}_2), \quad (11)$$

де I – сила струму; для подальших розрахунків прийняті наступні значення коефіцієнтів: $p_0=159,95 \text{ Н}$, $p_1= 964,05 \text{ Н/А}$, $p_2= -62,88 \text{ Н/А}^2$, $p_3= -0,11 \text{ Н/А}^3$, $\lambda=113,74 \text{ с/м}$, $q= 465,06 \text{ Н·с/м}$.

Характеристики демпферу представлені на рис. 5. На рис. 5, а наведено залежність сили демпфування f_d від швидкості $\Delta\dot{z} = \dot{z}_1 - \dot{z}_2$ при постійних силах струму: 1 – $I=0$, 2 – $I=1\text{А}$, 3 – $I=2\text{А}$, 4 – $I=3\text{А}$.

На рис. 5, б наведено залежність сили демпфування f_d від сили струму при постійних швидкостях $\Delta\dot{z}$: 1 – $\Delta\dot{z}=0,4 \text{ м/с}$, 2 – $\Delta\dot{z}=0,2 \text{ м/с}$, 3 – $\Delta\dot{z}=0,02 \text{ м/с}$, 4 – $\Delta\dot{z}=0,01 \text{ м/с}$, 5 – $\Delta\dot{z}=0,001 \text{ м/с}$, 6 – $\Delta\dot{z}=0$.

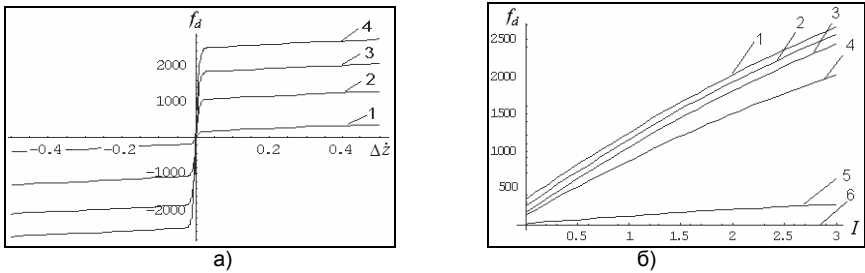


Рис. 5 – Характеристики магніто-реологічного демпфера

З графіків видно, що сила демпфування суттєво зростає при збільшенні сили струму, що подається на демпфер, і мало залежить від швидкості $\Delta \dot{z}$ в діапазоні $|\Delta \dot{z}| > 0,02$. Таким чином, змінюючи струм, що подається на демпфер, можна впливати на динамічну поведінку автомобіля.

Схему регулювання на основі МРД можна умовно зобразити так, як показано на рис. 6. Інформація про динамічний стан автомобіля вимірюється різноманітними датчиками, наприклад, акселерометром, і після відповідної обробки поступає на вхід регулятора, який фізично може являти собою мікроконтролер з “прошитим” програмним забезпеченням. Регулятор формує сигнал на виконавчий механізм, в якості якого виступає МРД, у відповідності з заданим законом регулювання. Демпфер під дією струму створює відповідну протидію коливанням кузова і, таким чином, формує зворотній зв’язок на автомобіль. Для теоретичного дослідження можна скористатися моделлю демпфера (11) та моделлю динаміки автомобіля (1).

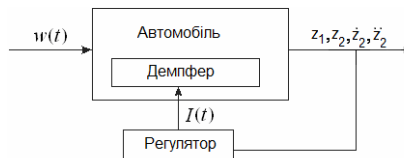


Рис. 6 – Умовна схема регулювання динаміки автомобіля за допомогою МРД

Побудуємо схему регулювання, яка формує керуючий сигнал на основі наступного закону

$$I = \left| K_i(z_2 - z_1) + K_p \dot{z}_2 + K_d \ddot{z}_2 \right|. \quad (12)$$

Такий закон можна вважати аналогом ПІД-закону регулювання, якщо в якості основного сигналу розглядати вертикальну швидкість кузова \dot{z}_2 . Відповідно коефіцієнти K_i , K_p , K_d позначено як коефіцієнти інтегрування, пропорційності та диференціювання.

Виберемо наступний критерій мінімізації коливань кузова автомобіля

$$\frac{1}{T} \int_0^T |\ddot{z}_2(t)| dt \rightarrow \min, \quad (13)$$

що з практичної точки зору можна трактувати як мінімізацію середнього силового впливу на водія.

Реалізувавши схему регулювання представлену на рис. 5 за допомогою програмного пакету Matlab/Simulink [1, 2] та використовуючи метод Монте-Карло, було знайдено оптимальні параметри регулятора (12)

$$K_i = 16,1, K_p = -1,8, K_d = 0,045.$$

На рис. 7 показано результати роботи такого регулятора у випадку резонансу кузова автомобіля ($\omega=4,67$). Для пасивного демпфера взято параметр в'язкості $c_2=4631 \text{ Нс/м}$, що забезпечує найкращий динамічний процес згідно критерію (13).

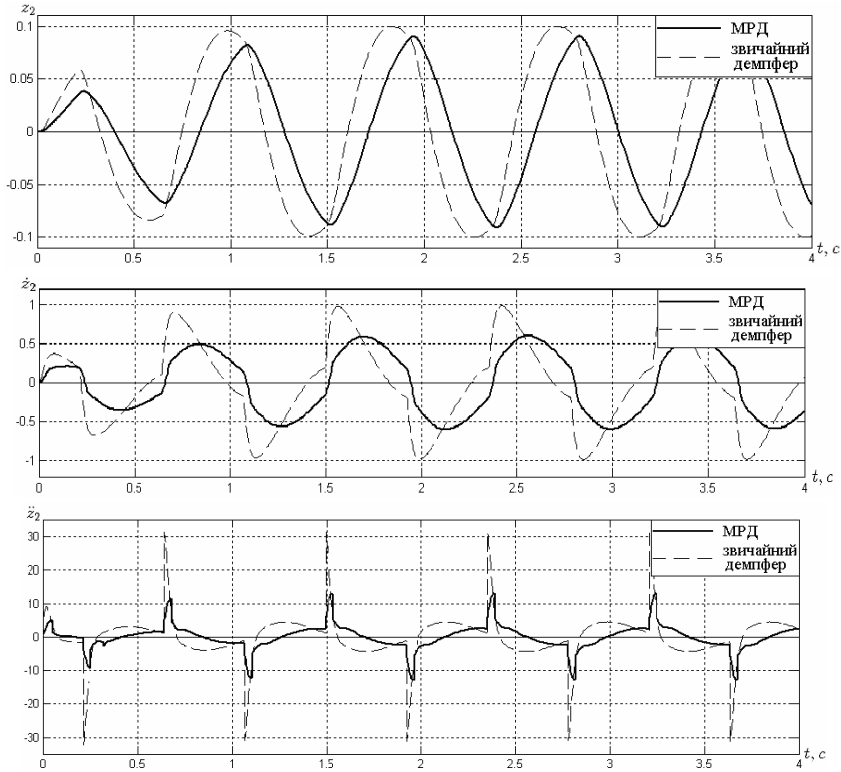


Рис. 7 – Показники динаміки кузова автомобіля (координата, швидкість, прискорення) при пасивному та напівактивному демпфуванні

На графіках видно, що в моделі з МРД амплітуда коливань кузова, швидкість та стрибки прискорення є значно меншими ніж в традиційних пасивних демпферах. Це доводить значну перевагу напівактивного методу демпфування в забезпеченні якісного керування автомобілем.

БІБЛІОГРАФІЧНІ ПОСИЛАННЯ

1. **Кетков Ю. Л.** MATLAB 6.x.: программирование численных методов / Ю. Л. Кетков, А. Ю. Кетков, М. М. Шульц. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004.
2. **Черных И. В.** Simulink среда создания инженерных приложений / И.В. Черных. – М.: “ДИАЛОГ-МИФИ”, 2004.
3. **Carlson J. D.** Magneto-Rheological Fluid Dampers for Semi-Active Seismic Control / J.D. Carlson, Jr. B. F. Spencer // Proceedings, 3rd International Conference on Motion and Vibr. Control, Chiba. – September, Japan, 1996. – Vol. III. – pp. 35–40.
4. **Jansen L. M.** Semi-Active Control Strategies for MR Dampers: A Comparative Study / L. M. Jansen, S. J. Dyke // ASCE Journal of Engineering Mechanics, 1999. – Vol. 126, N. 8. – pp.795–803.
5. **Siahkalroudi V. N.** A New Approach to Control A Semi-Active Suspension Using Different Optimal Strategies / V. N. Siahkalroudi // SAE Automotive Dynamics and Stability Conference and Exhibition Detroit, May 7-9, Michigan, 2002. – pp. 307-316.
6. **Spencer Jr. B. F.** Phenomenological model for magnetorheological dampers / Jr. B. F. Spencer, S. J. Dyke, M. K. Sain, J. D. Carlson // Journal of Engineering Mechanics, American Society of Civil Engineers. – 1997. – V. 123 (3). – pp. 230–238.
7. **Pilipchuk V. N.** Application of special nonsmooth temporal transformations to linear and nonlinear systems under discontinuous and impulsive excitations / V. N. Pilipchuk // Nonlinear Dynamics, 1998. – №18. – pp. 203-234.

*Дніпропетровський національний
університет імені Олеся Гончара
Дніпропетровськ, Україна*

Надійшла до редколегії 01.10.2010

С. Н. Павлышин, В. Н. Пилипчук, д-р физ.-мат. наук, Д. В. Терещенко

ПОЛУАКТИВНОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ МОДЕЛИ АВТОМОБИЛЯ ПРИ РАЗРЫВНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НАГРУЗКЕ

Рассмотрена динамика автомобиля с пассивным и полуактивным демпфированием при негладкой периодической нагрузке на примере модели “четверти автомобиля”. Для модели с пассивным демпфированием приведено точное решение, полученное методом негладкого преобразования аргумента, а также найдены резонансные частоты. Построена система регулирования на базе ПИД-регулятора для модели с магнитореологическим демпфером и показаны преимущества полуактивного демпфирования перед пассивным.

Ключевые слова: магнитореологическая жидкость, негладкое преобразование аргумента, полуактивное демпфирование, схема регулирования

S. N. Pavlyshyn, V. N. Pilipchuk, Professor, D. V. Tereschenko

SEMI-ACTIVE CAR MODEL DAMPING UNDER DISCONTINUOUS PERIODICAL LOADING

The dynamics of car is considered with the passive and semi-active damping at the nonsmooth periodic loading on the example of model of “quarter car”. For a model with the passive damping an exact decision, got the method of nonsmooth temporal transformations, is resulted, and resonance frequencies are found. The adjusting system is built on the basis of PID-regulator for a model with a magnetorheological damper and advantages of the semi-active damping above passive are shown.

Keywords: magnetorheological liquid, nonsmooth argument transformation, semi-active damping, control scheme.