ISSN 2079–1836
2015, вип. 24

УДК 539.3: 534.1

М. Н. Пачева

ОТРАЖЕНИЕ ВОЛН СДВИГА ОТ СВОБОДНОЙ НАКЛОННОЙ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПОЛУСЛОЯ НА ЖЁСТКОМ ОСНОВАНИИ

Предложено численно-аналитическое решение краевой задачи об отражении нормальной волны сдвига от свободной, наклоненной под произвольным углом к граням плоской боковой поверхности упругого полуслоя, лежащего на жестком основании. Для решения применяется концепция метода частичных областей. Анализируются некоторые результаты расчетов полей волновых упругих перемещений вблизи наклоненной боковой поверхности для нескольких значений относительной длины падающей нормальной волны из низшей моды соответствующего дисперсионного спектра и величины углового показателя наклона боковой поверхности.

Ключевые слова: *упругий полуслой на жестком основании, наклоненная к граням свободная плоская боковая поверхность, рассеяние нормальной волны сдвига, метод частичных областей, ряды по базисным частным решениям волнового уравнения.*

Введение. Проблема изучения эффектов рассеяния нормальных волн деформаций при падении на ортогональную плоским граням боковую граничную поверхность полуслоя по различным аспектам исследована в публикациях [1, 2, 5, 7-10]. Однако, аналогичная по постановке задача, для случая, когда плоская боковая поверхность наклонена по отношению к граням слоя, исследована в гораздо меньшей степени. К работам, посвященным исследованию эффектов отражения волн деформаций от наклонной боковой граничной поверхности полуслоя, относится[6], где исследуются напряжения в пространственном упругом полуслое с наклонной боковой гранью, возникающие под действием распределенной осциллирующей нагрузки сверху. Этим вопросам также посвящены работы [3, 4], в которых рассмотрено отражение нормальных сдвиговых волн от наклонной боковой поверхности полуслоя в случае, когда все участки его границы жестко закреплены или свободны.

В данной работе предложенная в [3, 4] методика распространена на случай исследования задачи об отражении волн сдвига от свободной наклонной боковой поверхности полуслоя на жестком основании. Целью работы является построение численно-аналитического решения данной задачи и изучение кинематических характеристик в поле волн, формирующемся вблизи отражающей наклонной боковой поверхности в случае падения на нее нормальной волны из низшей моды соответствующего дисперсионного спектра.

Используемый подход основывается на концепции метода частичных областей.

© М. Н. Пачева, 2015

Постановка задачи.

Рассматривается ортотропный упругий полуслой $L_h^{(\xi)}$ толщины h, отнесенный к нормированным безразмерным прямоугольным координатам $O\xi_1\xi_2\xi_3$ и имеющий поперечное сечение представленной геометрии (рис. 1). Полуслой имеет наклонную боковую поверхность $\Gamma_-^{(n)}$, составляющую угол $\psi_0^{(\xi)}$ с его закрепленной плоской гранью $\xi_2 = 0$.

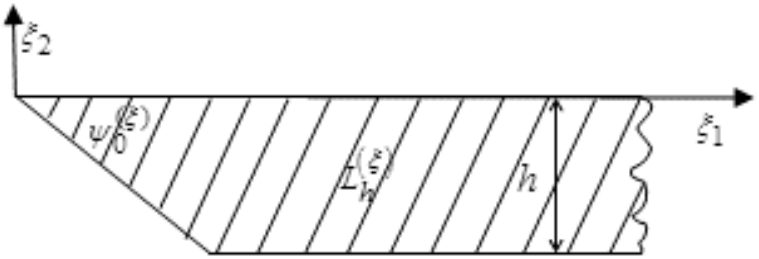

Рис. 1 – **Геометрия поперечного сечения рассматриваемого полуслоя**

Он интерпретируется как нижняя половина полуслоя $L_{2h}^{(\xi)}$ толщины $2h$ со свободными гранями и свободной треугольной клиновидной боковой поверхностью $\Gamma_+^{(n)} \cup \Gamma_-^{(n)}$ (рис. 2). Способ отнесения полуслоя к прямоугольным координатам $O\xi_1\xi_2\xi_3$ обеспечивает эффективное сравнение получаемых результатов с результатами работ [3, 4]. Материал слоя является прямолинейно ортотропным и в случае динамической антиплоской деформации характеризуется упругими постоянными $\{\tilde{c}_{44}, \tilde{c}_{55}\}$ и параметром плотности ρ.

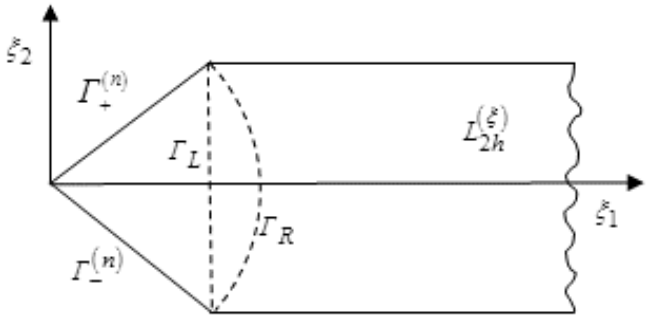

Рис. 2 – **Секционирование области сечения рассматриваемого полуслоя в рамках концепции метода частичных областей**

Из глубины полуслоя $L_h^{(\xi)}$ на свободную наклонную боковую поверхность $\Gamma_-^{(n)}$ падает поляризованная вдоль $O\xi_3$ нормальная сдвиговая упругая волна с круговой частотой ω из произвольной моды соответствующего дисперсионного спектра, которая характеризуется функцией волновых упругих перемещений $u_3^{(nad)}(\xi_1,\xi_2,t)$. При её падении на боковую поверхность $\Gamma_-^{(n)}$ формируется поле отраженных волн, описываемое функцией волновых упругих перемещений $u_3^{(omp)}(\xi_1,\xi_2,t)$.

Комплексные функции волновых перемещений в падающих и рассеянных волнах подлежат определению из краевой задачи для уравнения стационарных сдвиговых упругих колебаний антиплоской деформации материала полуслоя. В случае отнесения всех характеристик с линейной размерностью к нормирующему параметру h это уравнение принимает вид

$$(c_{55}\partial_1^2 + c_{44}\partial_2^2 - \rho h^2 c_*^{-1}\partial_t^2)u_3 = 0,\ \ \partial_j = \partial/\partial\xi_j\ \ (j=1,2),\ \ \partial_t = \partial/\partial t\,. \quad (1)$$

Краевые условия рассматриваемой задачи на плоских гранях полуслоя $L_{2h}^{(\xi)}$ и на участках боковой границы $\Gamma_{\pm}^{(n)}$ имеют вид:

$$(\sigma_{23})_{\xi_2=\pm h} = 0; \quad (2)$$

$$(\sigma_{n3})_{\Gamma_{\pm}^{(n)}} = 0. \quad (3)$$

В соотношениях (1)–(3) $u_3(\xi_1,\xi_2,t) = u_3^{(nad)}(\xi_1,\xi_2,t) + u_3^{(omp)}(\xi_1,\xi_2,t)$; c_{55}, c_{44} – отнесённые к нормирующему параметру $c_* = \tilde{c}_{55}$ упругие постоянные материала полуслоя. Частотному параметрическому анализу подлежит волновое поле, являющееся суперпозицией полей падающих и отраженных от $\Gamma_{\pm}^{(n)}$ волн.

Численно-аналитический метод решения задачи. В процессе построения решения на основе введения аффинного преобразования координат $O\xi_1\xi_2$

$$x_1 = \xi_1,\ x_2 = \mu\xi_2,\ \mu = (c_{55}/c_{44})^{1/2} \quad (4)$$

уравнение (1) преобразуется в волновое уравнение

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \rho h^2 c_*^{-1}\partial_t^2\right)u_3 = 0\,. \quad (5)$$

В области сечения полуслоя L_{2h}, получаемого из $L_{2h}^{(\xi)}$ преобразованиями (4), вводится вспомогательная система полярных координат $Or\psi$ ($x_1 = r\cdot\cos\psi$, $x_2 = r\cdot\sin\psi$), а также выделяются частичные подобласти в виде полуполосы $L = \{x_1 \in [l, \infty), x_2 \in [-h_\mu, h_\mu]\}$, $h_\mu = \mu h$, сектора $L_R = \{r \in [0, R], \psi \in [-\psi_0, \psi_0]\}$, $\psi_0 = arctg(\mu \cdot tg\psi_0^{(\xi)})$ и треугольника $L_T = \{x_1 \in [0, l], x_2 \in [-x_1 \cdot tg\psi_0, x_1 tg\psi_0]\}$, $L_T \subset L_R$.

Поле волн в подобласти сечения L описывается удовлетворяющим уравнению (5) и трансформированным краевым условиям (2) представлением $u_3^{(L)}$ в виде суммы падающей и отражённой составляющих

$$u_3^{(L)} = u_{30}^{(p)} \sin(p\pi x_2 / (2h_\mu)) \cdot \exp(-i(\omega t + k_p(x_1 - l))) + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\pi x_2 / (2h_\mu)) \cdot \exp(-i(\omega t - k_n(x_1 - l))), \tag{6}$$

где k_p и k_n – постоянные распространения для падающей и отражающихся нормальных волн из мод с соответствующими номерами. При этом поле волн, отраженных от боковой поверхности полуслоя с сечением $L = \{x_1 \in [l, \infty), x_2 \in [-h_\mu, h_\mu]\}$, в представлении (6) описывается суперпозицией базисных нормальных волн с произвольными коэффициентами A_n; Структура представления (6) в пределах L обеспечивает выполнение условия $(u_3)_{x_2=0} = 0$.

В частичной подобласти L_R для описания стационарного поля набегающих и рассеиваемых сдвиговых волн вводится удовлетворяющее уравнению (5) и краевому условию (3) представление

$$u_3^{(C)} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n J_{\alpha_n}(kr) \sin \alpha_n \psi \cdot \exp(-i\omega t), \tag{7}$$

где B_n – произвольные коэффициенты; $\alpha_n = n\pi / (2\psi_0)$; $k = (\rho h^2 \omega^2 / c_*)^{1/2}$; $J_{\alpha_n}(kr)$ – цилиндрические функции Бесселя первого рода.

Коэффициенты A_n, B_n представлений (6), (7) подлежат определению из функциональных краевых условий на границе $\Gamma = \{x_1 = l, x_2 \in [-h_\mu, h_\mu]\}$ контакта частичных областей L и L_T

$$(u_3^{(L)})_\Gamma = (u_3^{(C)})_\Gamma, \ (\sigma_{13}^{(L)})_\Gamma = (\sigma_{13}^{(C)})_\Gamma, \tag{8}$$

где

$$\sigma_{13}^{(L)} = -c_{55}u_{30}ik_p \sin\frac{p\pi x_2}{2h_\mu}\cdot\exp\left(-ik_p\left(x_1-l\right)\right)+$$

$$+c_{55}\sum_{n=1}^{\infty}\mathrm{A}_n\, ik_n \sin\frac{n\pi x_2}{2h_\mu}\cdot\exp\left(ik_n\left(x_1-l\right)\right);$$

$$\sigma_{13}^{(C)} = c_{55}\sum_{n=1}^{\infty}B_n\left[k\left(\frac{\alpha_n}{kr}J_{\alpha_n}\left(kr\right)-J_{\alpha_n+1}\left(kr\right)\right)\sin\alpha_n\psi\cos\psi-\right.$$

$$\left.-\frac{\alpha_n}{r}J_{\alpha_n}\left(kr\right)\cos\alpha_n\psi\sin\psi\right]. \qquad (9)$$

В случае применения для алгебраизации функциональных краевых условий (8) метода наименьших квадратов эти условия сводятся к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений вида

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\overline{A_m}\Delta_{llnm}+\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\overline{B_m}\Delta_{lcnm}=\sum_{n=1}^{\infty}\delta_{lln};$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\overline{A_m}\Delta_{clnm}+\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\overline{B_m}\Delta_{ccnm}=\sum_{n=1}^{\infty}\delta_{cln}, \qquad (10)$$

где

$$\Delta_{llnm}=\int_{-h}^{h}F_{un}^{(L)}\left(x_2\right)\overline{F_{um}^{(L)}\left(x_2\right)}dx_2+\int_{-h}^{h}F_{13n}^{(L)}\left(x_2\right)\overline{F_{13m}^{(L)}\left(x_2\right)}dx_2;$$

$$\Delta_{lcnm}=-\int_{-h}^{h}F_{un}^{(L)}\left(x_2\right)\overline{F_{um}^{(C)}\left(x_2\right)}dx_2-\int_{-h}^{h}F_{13n}^{(L)}\left(x_2\right)\overline{F_{13m}^{(L)}\left(x_2\right)}dx_2;$$

$$\delta_{lln}=-\int_{-h}^{h}F_{un}^{(L)}\left(x_2\right)\overline{F_{up}^{(L)}\left(x_2\right)}dx_2-\int_{-h}^{h}F_{13n}^{(L)}\left(x_2\right)\overline{F_{13p}^{(L)}\left(x_2\right)}dx_2;$$

$$\Delta_{clnm}=-\int_{-h}^{h}F_{un}^{(C)}\left(x_2\right)\overline{F_{um}^{(L)}\left(x_2\right)}dx_2-\int_{-h}^{h}F_{13n}^{(C)}\left(x_2\right)\overline{F_{13m}^{(L)}\left(x_2\right)}dx_2;$$

$$\Delta_{ccnm}=\int_{-h}^{h}F_{un}^{(C)}\left(x_2\right)\overline{F_{um}^{(C)}\left(x_2\right)}dx_2+\int_{-h}^{h}F_{13n}^{(C)}\left(x_2\right)\overline{F_{13m}^{(C)}\left(x_2\right)}dx_2;$$

$$\delta_{cln} = \int_{-h}^{h} F_{un}^{(C)}(x_2)\overline{F_{up}^{(L)}(x_2)}\,dx_2 + \int_{-h}^{h} F_{13n}^{(C)}(x_2)\overline{F_{13p}^{(L)}(x_2)}\,dx_2;$$

$$F_{up}^{(L)}(x_2) = \mathrm{u}_{30}\sin\left(p\pi x_2 / 2h_\mu\right);\quad F_{un}^{(L)}(x_2) = \sin\left(n\pi x_2 / 2h_\mu\right);$$

$$F_{un}^{(C)}(x_2) = J_{\alpha_n}(ks)\sin\left(\alpha_n \arcsin\left(x_2 / s\right)\right);$$

$$F_{13p}^{(L)}(x_2) = c_{55}^{(L)}\,\mathrm{u}_{30}\left(-ik_p\right)\sin\left(p\pi x_2 / 2h_\mu\right);$$

$$F_{13n}^{(L)}(x_2) = ik_n c_{55}^{(L)}\sin\left(n\pi x_2 / 2h_\mu\right);$$

$$F_{13n}^{(C)}(x_2) = c_{55}^{(L)}\cos(\varphi)\sin(\alpha_n\varphi)\left(\alpha_n J_{\alpha_n}(ks)/s - kJ_{\alpha_n+1}(ks)\right) -$$

$$-\sin(\varphi)\cos(\alpha_n\varphi)\alpha_n J_{\alpha_n}(ks)/s;$$

$$s = \sqrt{l^2 + x_2^2};\quad \varphi = \arcsin\left(x_2 / \sqrt{l^2 + x_2^2}\right).$$

Система уравнений (10) в процессе численных исследований редуцируется до порядков, устанавливаемых в соответствии с критериями требуемой точности удовлетворения краевым условиям и устойчивости результатов расчетов при варьировании параметра редукции. После определения искомых коэффициентов A_n, B_n расчеты характеристик исследуемого волнового поля реализуются с переходом к исходным координатам.

Результаты численных исследований. Результаты численных исследований получены для частного случая изотропного полуслоя с боковыми поверхностями, наклоненными под углами $\psi_0^{(\xi)} = \pi/3$ и $\psi_0^{(\xi)} = \pi/4$. Рассмотрено падение нормальной сдвиговой волны из низшей моды соответствующего дисперсионного спектра с варьируемыми параметрами относительной длины $\lambda = 2\pi/(kh)$ и проиллюстрированы данные расчетов полей упругих перемещений в подобласти $\xi_1 \le 6h/\mathrm{tg}\left(\psi_0^{\xi}\right)$ для моментов времени, отвечающих началу периодов волновых колебаний. Результаты расчетов анализируемых полей представлены тонированными изображениями, в которых переход от темных тонов к светлым соответствует росту интенсивности описываемой характеристики.

На рис. 3–7 соответственно отражены распределения интенсивностей полей волновых перемещений для полуслоя с $\psi_0^{(\xi)} = \pi/3$ при значениях λ, равных 3,0; 1,6; 1,3; 1,0; 0,7.

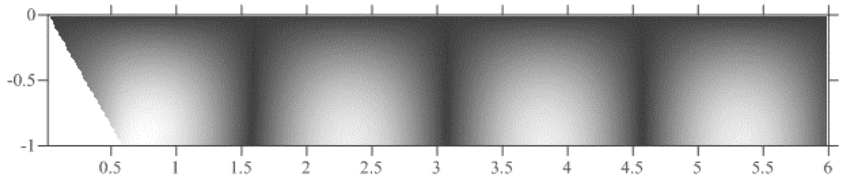

Рис. 3 – **Картина поля волновых перемещений при** $\psi_0^{(\xi)} = \pi/3$, $\lambda = 3,0$

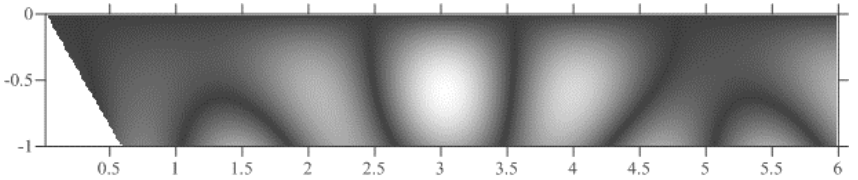

Рис. 4 – **Картина поля волновых перемещений при** $\psi_0^{(\xi)} = \pi/3$, $\lambda = 1,6$

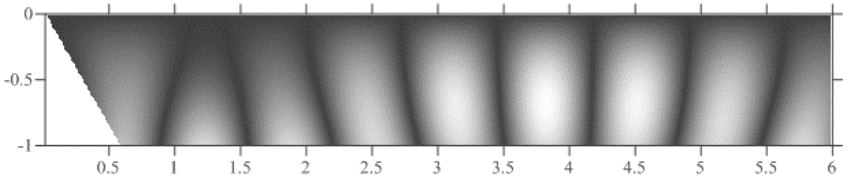

Рис. 5 – **Картина поля волновых перемещений при** $\psi_0^{(\xi)} = \pi/3$, $\lambda = 1,3$

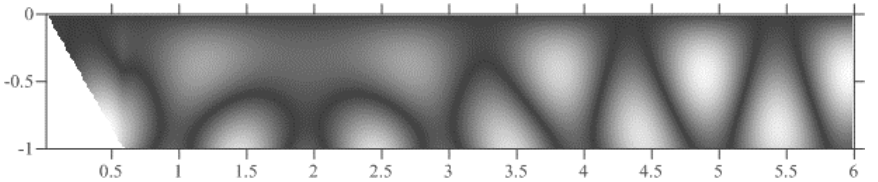

Рис. 6 – **Картина поля волновых перемещений при** $\psi_0^{(\xi)} = \pi/3$, $\lambda = 1,0$

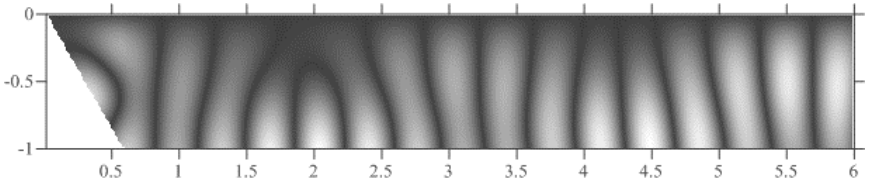

Рис. 7 – **Картина поля волновых перемещений при** $\psi_0^{(\xi)} = \pi/3$, $\lambda = 0,7$

На рис. 8–12 приведены аналогичные распределения для полуслоя с $\psi_0^{(\xi)} = \pi/4$.

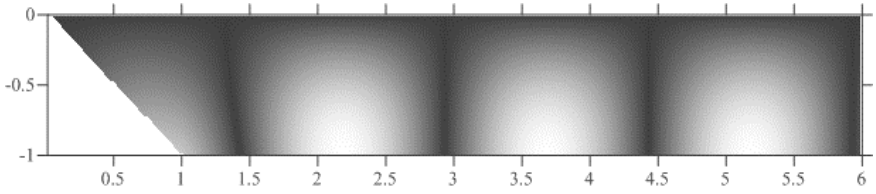

Рис. 8 – **Картина поля волновых перемещений при** $\psi_0^{(\xi)} = \pi / 4$, $\lambda = 3,0$

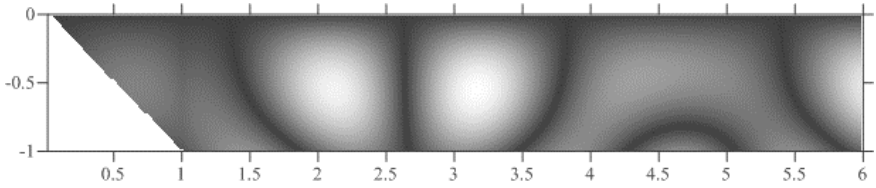

Рис. 9 – **Картина поля волновых перемещений при** $\psi_0^{(\xi)} = \pi / 4$, $\lambda = 1,6$

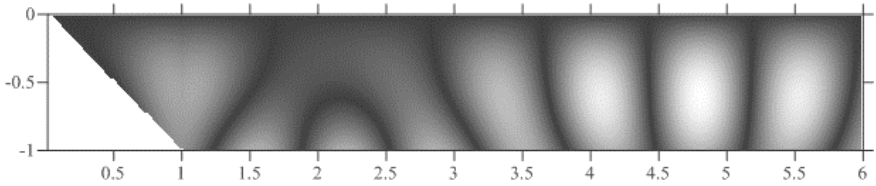

Рис. 10 – **Картина поля волновых перемещений при** $\psi_0^{(\xi)} = \pi / 4$, $\lambda = 1,3$

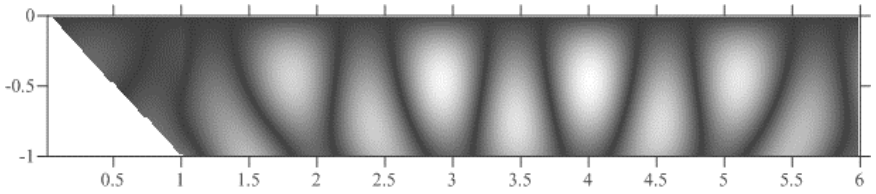

Рис. 11 – **Картина поля волновых перемещений при** $\psi_0^{(\xi)} = \pi / 4$, $\lambda = 1,0$

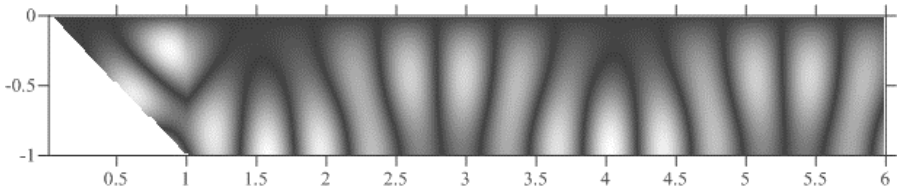

Рис. 12 – **Картина поля волновых перемещений при** $\psi_0^{(\xi)} = \pi / 4$, $\lambda = 0,7$

На основании анализа приведенных распределений можно указать ряд закономерностей, свойственных процессам отражения волн от наклонной торцевой поверхности в полуслое, лежащем на жестком основании, а также указать на ряд отличий этих распределений в сравнении со случаями, когда все участки граничной поверхности полуслоя свободны от напряжений [4], либо жестко закреплены [3]. В качестве эффекта влияния, характеризующего степень наклона торцевой поверхности угла $\psi_0^{(\xi)}$, можно указать на то, что его уменьшение в диапазоне $\pi/4 \le \psi_0^{(\xi)} \le \pi/3$, соответствующее росту степени наклона торца, обуславливает картину выраженного затенения в условно выделяемой треугольной приторцевой области сечения полуслоя в диапазоне относительных длин падающих волн $1,0 \le \lambda \le 3,0$. При дальнейшем уменьшении относительной длины падающей волны этот эффект ярко не выражен, и вместе с тем, для $\lambda = 0,7$ можно указать на наличие «синусоидально» размещающихся в рассматриваемой подобласти сечения точек достижения максимальных уровней волновых смещений.

Выводы. В результате проведенных исследований построено численно-аналитическое решение краевой задачи об отражении нормальной волны сдвига от свободной, наклонённой под произвольным углом к граням плоской боковой поверхности упругого полуслоя, лежащего на жёстком основании. Получен ряд результатов расчётов интенсивностей полей волновых перемещений в прилежащей к наклонной боковой поверхности зоне полуслоя и охарактеризованы отдельные эффекты влияния на картины распределения указанных интенсивностей факторов частоты падающей нормальной волны из низшей моды дисперсионного спектра и углового параметра наклона боковой поверхности. Установлено, что степень влияния величины угла наклона скошенной торцевой поверхности полуслоя на структуру анализируемых полей в рассматриваемом частотном диапазоне для случая его контакта с жёстким основанием является более выраженной в сравнении со случаями закрепленного либо свободного по всем участкам границы полуслоя. Наблюдаются также достаточно существенные количественные и качественные различия в картинах распределений интенсивности волновых перемещений для различных рассматриваемых параметров наклона боковой поверхности, которые могут быть использованы для анализа обратной задачи идентификации степени наклона по характеристикам поля отраженных волн.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. ***Бабенкова Е. В.*** О принципе Сен-Венана в случае низкочастотных колебаний полуполосы / Е. В. Бабенкова, Ю. Д. Каплунов, Ю. А. Устинов // Прикл. математика и механика.– 2005.– Т. 69, № 3.– С. 445–457.

2. ***Гринченко В. Т.*** Гармонические колебания и волны в упругих телах / В. Т. Гринченко, В. В. Мелешко.– К. : Наук. думка, 1981.– 284 с.

3. ***Пачева М. Н.*** Отражение нормальных сдвиговых волн от наклонной торцевой поверхности полуслоя с закрепленной границей / М. Н. Пачева // Механика твердого тела. - 2014. - Вып. 44. - С. 140–149.

4. ***Пачева М. Н.*** Рассеяние нормальных сдвиговых волн у наклонной торцевой поверхности свободного полуслоя / М. Н. Пачева, В. И. Сторожев // Теорет. и прикладная механика. - 2014. - Вып. 9 (55). - С. 82–90.

5. ***Пельц С. П.*** О сходимости метода однородных решений в динамической смешанной задаче для полуполосы / С. П. Пельц, В. М. Шихман // Докл. АН СССР. – 1987. – Т. 295, № 4. – С. 821–824.

6. ***Суворова Т. В.*** О напряжениях в пространственном упругом полуслое с наклонной боковой гранью, возникающих под действием осциллирующей нагрузки / Т. В. Суворова // Современные проблемы механики сплошной среды: Тр. VIII Междунар. конф.– Ростов-на-Дону: Изд-во РГУ. – 2002. – С. 178–182.

7. ***Cho Y. H.*** A boundary element solution for a mode conversion study on the edge reflection of Lamb waves / Y. H. Cho, J. L. Rose // J. Acoust. Soc. Amer. – 1996. – Vol. 99, № 4. – P. 2097–2109.

8. ***Gregory R. D.*** The reflection of a symmetric Rayleigh-Lamb wave at the fixed or free edge of a plate / R. D. Gregory, I. Gladwell // J. Elasticity. – 1983. – Vol. 13. – P. 185–206.

9. ***Pagneux V.*** Revisiting the edge resonance for Lamb waves in a semi-infinite plate / V. Pagneux // J. Acoust. Soc. Amer. – 2006. – Vol. 120, № 2. – P. 649–656.

10. ***Torvic P. J.*** Reflection of wave trains in semiinfinite plates / P. J. Torvic // J. Acoust. Soc. Amer. – 1967. – Vol. 41, № 2. – P. 346–353.

М. Н. Пачева

ВІДБИТТЯ ХВИЛЬ ЗСУВУ ВІД ВІЛЬНОЇ НАХИЛЕНОЇ БІЧНОЇ ПОВЕРХНІ ПІВШАРУ НА ЖОРСТКІЙ ОСНОВІ.

Із застосовуванням концепції методу часткових областей побудовано чисельно-аналітичний розв'язок крайової задачі про відбиття нормальної хвилі зсуву від вільної, нахиленої під довільним кутом до граней плоскої бічної поверхні пружного напівшару, що лежить на жорсткому підґрунті. Проаналізовано деякі результати розрахунків полів хвилевих пружних переміщень поблизу нахиленої бічної поверхні для декількох значень відносної довжини падаючої нормальної хвилі з нижчої моди відповідного дисперсійного спектру і величини кутового показника нахилу бічної поверхні.

Ключові слова: *пружний напівшар на жорсткій основі, нахилена до граней вільна плоска бічна поверхня, розсіювання нормальної хвилі зсуву, метод часткових областей, ряди за базисними частинними розв'язками хвильового рівняння.*

M. N. Pacheva

SHEAR WAVES REFLECTION FROM THE FREE INCLINED LATERAL SURFACE OF SEMILAYER ON A RIGID SUBSTRATE

Numerical-analytical algorithm for solving the boundary problem of the normal shear wave reflection from the free inclined lateral surface of elastic semilayer on a rigid substrates is offered. Concept of the method of partial domains is used for solving. Some calculation results of the elastic wave displacement fields near inclined lateral surface for several values of comparative length of wave from the lowest mode of corresponding dispersive spectrum and angle parameter of lateral surface inclination are analysed.

Keywords: *elastic semilayer on a rigid substrate, free inclined surface, reflection of normal shear wave, method of partial domains, series of basic particular solutions of the wave equation.*

The research of the effects of strain waves reflection from the inclined lateral boundary surface of elastic semilayer has been conducted in paper [6], that is devoted to investigation of stresses in spatial elastic semilayer with inclined flat side loaded with distributed oscillating force. Also normal shear waves reflection from the inclined lateral surface of semilayer when all of its border parts are fixed or free is considered in papers [3, 4].

In this paper theoretical numerical-analytical research technique for the problem of shear waves reflection from free inclined lateral surface of semilayer on a rigid substrates is offered. Considered semilayer is shown in Fig.1. The purpose of this paper is to obtain and to investigate the wave vibrational displacements characteristics in wave field, formed near inclined lateral surface in case of normal wave from the lowest mode of corresponding dispersive spectrum incidence on it.

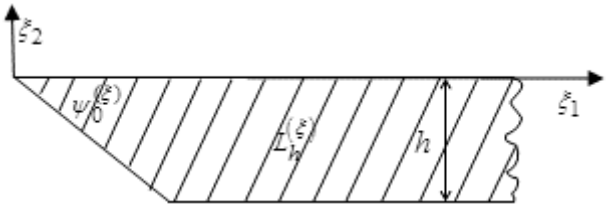

Fig. 1 – **Cross-section geometry of semilayer under consideration**

Used approach is based on conception of the method of partial domains. Problem solving in this case is reduced to finding an indefinite coefficients in the reflection wave field representations in selected subareas in expanded from according to the basic particular solutions of the wave equation in rectangular and polar coordinates (6)-(7).

$$u_3^{(L)} = u_{30}^{(p)} \sin(p\pi x_2 / (2h_\mu)) \cdot \exp(-i(\omega t + k_p(x_1 - l))) +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\pi x_2 / (2h_\mu)) \cdot \exp(-i(\omega t - k_n(x_1 - l))) , \qquad (11)$$

$$u_3^{(C)} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n J_{\alpha_n}(kr) \sin \alpha_n \psi \cdot \exp(-i\omega t) . \qquad (12)$$

Mentioned coefficients A_n and B_n are determinated from the system of linear equation after algebraization procedure for functional boundary conditions of selected particular subareas contact on the basis of the least-square method.

A number of calculation results of the wave displacement fields intensities in adjacent to inclined lateral surface area is represented. The separate influence effects of incident normal wave frequency from the lowest mode

of dispersive spectrum and angle parameter of lateral surface inclination on the indicated intensities distribution patterns are described. It is determined that influence of inclination of semilayer lateral surface of the analysed fields structure in considered frequency range in case of its contact with rigid substrate is more expressed comparing to cases of totally fixed or free semilayer. Sufficiently essential quantitative and qualitative distinctions in wave displacement intensities distribution patterns for different considered parameters of inclination of lateral surface are observed. This fact can be used for inverse problem analysis of semilayer face inclination degree identification by reflected wave field characteristics.

Described results are interesting for applications in the area of non-destructive ultrasonic test and acoustoelectronics as consequences from model analysis of geometric characteristics imperfection factor influence on the reflected from constructional element edge signal character.

REFERENCES

1. ***Babenkova E. V.*** About Saint-Venant principle in case of low-frequency oscillations of half-strip / E. V. Babenkova, J. D. Kaplunov, J. A. Ustinov // Appl. Math. and Mech.– 2005.– Vol. 69, № 3.– P. 445–457.

2. ***Grinchenko V. T.*** Harmonic vibrations and waves in elastic bodies / V. T. Grinchenko, V. V. Meleshko.– K.: Nauk. dumka, 1981.– 284 p.

3. ***Pacheva M.N.*** Reflection of normal shear waves from the inclined flat side surface of rigidly fixed semi-layer / M.N. Pacheva // Mech. of rigid body.- 2014.- Is. 44.- P. 140-149.

4. ***Pacheva M.N.*** Dispersion of normal shear waves at an inclined flat side surface of free semi-layer / M.N. Pacheva, V. I. Storozhev // J. Theor. and Appl. Mech.- 2014.- Is. 9(55).- P. 82-90.

5. ***Pelts S. P.*** About convergence of homogeneous solutions method in dynamic mixed problem for half-strip / S. P. Pelts, V. M. Shihman // Rep. USSR Acad. Sci.– 1987.– Vol. 295. № 4.– P. 821–824.

6. ***Suvorova T. V.*** About tensions in a spatial elastic semi-layer with the inclined flat side arising under oscillate loading / T. V. Suvorova // Modern Problems of Continuum Mechanics: Proc. of the VIII Intern. conf.– Rostov-on-Don: RGU publ.– 2002.– P. 178–182.

7. ***Cho Y. H.*** A boundary element solution for a mode conversion study on the edge reflection of Lamb waves / Y. H. Cho, J. L. Rose // J. Acoust. Soc. Amer.– 1996.– Vol. 99, № 4.– P. 2097–2109.

8. ***Gregory R. D.*** The reflection of a symmetric Rayleigh-Lamb wave at the fixed or free edge of a plate / R. D. Gregory, I. Gladwell // J. Elasticity.– 1983.– Vol. 13.– P. 185–206.

9. ***Pagneux V.*** Revisiting the edge resonance for Lamb waves in a semi-infinite plate / V. Pagneux // J. Acoust. Soc. Amer.– 2006.– Vol. 120, № 2.– P. 649–656.

10. ***Torvic P. J.*** Reflection of wave trains in semiinfinite plates / P. J. Torvic // J. Acoust. Soc. Amer.– 1967.– Vol. 41, № 2.– P. 346–353.

Донецкий национальный университет
Донецк, Украина

Поступила в редколлегию 26.01.2016