ISSN 2079–1836
2014, вип. 23

УДК 539.3:519.857

В. А. Бараненко, д-р техн. наук, С. Н. Чаплыгина, канд. физ.-мат. наук

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ШАРНИРНО-СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ МИНИМАЛЬНОГО ВЕСА В УСЛОВИЯХ НЕЧЁТКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Рассматривается задача неопределённого программирования: оптимальное проектирование стержневой статически неопределимой системы по критерию минимума расхода материала с учётом того, что такие величины как геометрические размеры конструкции и нагрузка задаются в нечёткой форме. Для детерминированных систем оптимальной модели на основе метода динамического программирования и метода последовательных приближений разработана численно-аналитическая процедура, которая была использована в случае исходных данных, имеющих нечёткую природу. Проведен анализ влияния на оптимальный проект изменчивости в задании исходных данных.

Ключевые слова: *моделирование, шарнирно-стержневые системы, оптимальное проектирование, динамическое программирование, нечёткие множества.*

Введение. В задачах оптимального проектирования конструкций (ОПК), которые формулируются, в основном в виде детерминированных моделей математического программирования, имеет место ситуация, когда информация о параметрах задаётся неопределённо, то есть или неточным, или неясным (размытым), или вероятностным образом. В этом случае проектировщик обязан уточнить их с помощью детерминированных коэффициентов надёжности, запаса в соответствии с нормами проектирования. В механике до сих пор доминирует детерминистский подход. Здесь имеет место уважительное отношение ко всему точному, количественному. Отношение же к неточным, случайным, словесно описанным факторам долгое время было, да и остаётся теперь пренебрежительным. Мысль о толерантности проектируемой конструкции к исходным данным, которые имели бы свойства изменчивости, остаётся заманчивой. Здесь под толерантностью понимается способность системы трансформировать исходные неточные, нечёткие, вероятностные данные через использование классических методов анализа и принятия решений. На основе этой философии могут возникать новые методы исследования.

В настоящей работе рассматривается задача неопределённого программирования – оптимальное проектирование упругой шарнирностержневой статически неопределимой системы (ШСС) по критерию минимума расхода материала, в которой такие исходные данные параметры как геометрические размеры конструкции и нагрузка представлены в нечёткой форме, а именно, с помощью высказываний вида «близко к значению», «в интервале», «около», «приблизительно» и т. п.

Целью работы является адаптация метода динамического программирования и теории нечётких множеств к задачам оптимального проектирования статически неопределимых конструкций в условиях неопределённого задания исходных данных с помощью средств моделирования процессов вычислительной механики и принятия решений. Работа выполнена в рамках общей научно-технической проблемы – снижения материалоёмкости изделий техники.

В работе сформулирована нечёткая модель, состоящая из сепарабельных функций цели и глобального ограничения по жёсткости. Локальные ограничения, связанные с моделированием прочности элементов конструкции, служат основой построения области поиска оптимальных решений. Реализация модели выполнена с помощью динамического программирования [1]. На основе функциональных уравнений этого метода строится численно-аналитическая процедура нахождения искомых сечений элементов ШСС. Метод динамического программирования ранее применялся к исследованию оптимальных конструкций минимального веса для статически определимых систем [3, 4]. Отличие указанных работ от настоящего исследования состоит в том, что в предлагаемую оптимизационную модель включено ограничение в виде равенства – уравнения равновесия, решение которого изменяет в каждом приближении область поиска оптимальных решений.

Предлагаемый вычислительный алгоритм применён для задачи оптимального проектирования, в которой исходные данные моделируются нечёткими числами $(L-R)$- типа. Использование принципа обобщения, α -уровней и других понятий теории нечётких множеств [2], позволило оценить влияние на оптимальный проект степени размытости описания исходных данных. Этот новый аппарат фундаментальной математики автором был применён ранее к оптимизации статически определимых ШСС [5].

Изложение основного материала исследования. Детерминированная постановка. Не нарушая общности подхода, рассмотрим следующую задачу оптимизации один раз статически неопределимой конструкции: для упругой ШСС, показанной на рис. 1, необходимо определить площадь поперечного сечения каждого элемента так, чтобы минимизировать объём (вес) конструкции при ограничениях типа неравенств (на напряжения, устойчивость, вертикальное смещение узла А) и ограничении типа равенства – уравнения равновесия системы.

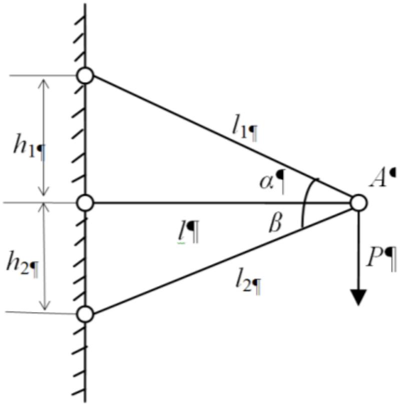

Рис. 1 – **Расчётная схема**

Математически она описывается как задача параметрического оптимального проектирования

$$\{A_i^{opt}\} = \arg\{\min_{A_i \in Q_i} V = \sum_{i=1}^{3} l_i A_i \left| \sigma_i(A_i) \le R_i^*; \sum_{i=1}^{3} \frac{D_i}{A_i} \le y_0; N = BS\}. \right. \quad (1)$$

В выражении (1) приняты следующие обозначения: V – объём всей ШСС; l_i, A_i – соответственно длина и площадь поперечного сечения *i*-го элемента ШСС; $N = \{N_1, N_2, N_3\}$ – вектор продольных сил, действующих в элементах конструкции; $N_i, \overline{N}_i$ – соответственно продольные усилия в *i*-том элементе от действия внешней нагрузки и единичной силы, приложенной в узел A; y_0 – величина, ограничивающая вертикальное перемещение узла A; E – модуль упругости материала элементов ШСС; $D_i = N_i \overline{N}_i / E$ следует из формулы Мора; $S = \{P, X\}^T$ – вектор нагрузки (P – внешняя нагрузка, X – дополнительная неизвестная сила); T – знак операции транспонирования; $Q_i = \{A_i \left| A_i \ge A_i^- \right.\}$ – область поиска переменной A_i $i = 1, 2, 3$; A_i^- – нижняя граница площади, полученная из условия $\sigma_i = \dfrac{|N_i|}{A_i} \le R_i^*$, а именно:

$$A_i^- = \begin{cases} R_0, & N_i > 0 \\ \phi_{\min} R_0, & N_i < 0 \end{cases};$$

ε – заданная точность расчетов; R_0 – величина расчётного сопротивления; $\phi_{\min}$ – коэффициент продольного изгиба.

В статически неопределимых ШСС для определения усилий, действующих в элементах, уравнений равновесия недостаточно. Недостающие уравнения можно получить, выражая усилия N через внешние нагрузки P и неизвестную дополнительную силу X из условия минимума потенциальной энергии деформируемой системы:

$$U = \sum_{i=1}^{3} \frac{N_i^2 l_i}{EA_i}.$$

В матричной записи эти уравнения введены в модель (1) как

$$N = BS. \tag{2}$$

Здесь $B = \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ – матрица, элементы которой равны $c = 1/\sin\alpha$; $a = c\sin\beta$; $b = -c\sin(\alpha+\beta)$; $d = -c\cos\alpha$. Величина дополнительной силы, исходя из $\min U$, есть

$$X = \frac{\left(\dfrac{l_1}{A_1} ca + \dfrac{l_2}{A_2} bd\right)P}{\sum\limits_{i=1}^{3} \dfrac{l_i t_i}{A_i}}; \quad t_1 = a^2;\ t_2 = b^2;\ t_3 = 1. \tag{3}$$

Задача (1) относится к одному из типов задач математического программирования – задача распределения ресурса. В механике стержневых конструкций она описывает оптимальное распределение ресурса – величины y_0 по шагам процесса.

Пусть $f_1(d_1) = \min\limits_{A_1, A_2, A_3} \sum\limits_{j=1}^{3} l_j A_j$ – функция цели, при условии, что используется оптимальная стратегия $\{A_1^{opt}, A_2^{opt}, A_3^{opt}\}$, а начальное состояние описывается величиной $d_1 = y_0$, где $d_1 = \sum\limits_{j=1}^{3} \dfrac{D_j}{A_j}$. Согласно теории динамического программирования [1], запишем функциональные уравнения метода

$$f_i(d_i) = \min_{A_i}[l_i A_i + f_{i+1}(d_i - \frac{D_i}{A_i})] \quad i = 1, 2, 3. \tag{4}$$

Для $i=4$ имеет место

$$f_4(d_4)\equiv 0. \tag{5}$$

При $i=3$ из (4) с учётом условия (5) имеем

$$f_3(d_3)=\min_{A_3>A_3^-} l_3A_3; d_3=\frac{D_3}{A_3},$$

где

$$A_3^0=\frac{D_3}{d_3};\quad A_3^{opt}=\begin{cases}A_3^0, & при\ A_3^0>A_3\\ A_3^- & при\ A_3^0\le A_3^-\end{cases};\quad f_3(d_3)=l_3A_3^{opt}. \tag{6}$$

На втором шаге метода из уравнения (4) получаем

$$f_2(d_2)=\min_{A_2\ge A_2^-}[l_2A_2+f_3(d_2-\frac{D_2}{A_2})]=\min_{A_2\ge A_2^-}H_2(A_2),$$

где $H_2=l_2A_2+\dfrac{l_3D_3}{d_2-\dfrac{D_2}{A_2}}$.

Из условия $\dfrac{dH_2}{dA_2}=0$ имеем значение сечения A_2^0 и функции цели

$$A_2^0=\frac{D_2+\sqrt{l_3D_2D_3/l_2}}{d_2}; \tag{7}$$

$$f_2(d_2)=l_2A_2^{opt}+\frac{l_3D_3}{d_2-\dfrac{D_2}{A_2^{opt}}}. \tag{8}$$

Оптимальное решение на этом шаге конструируется с учётом ограничения по несущей способности

$$A_2^{opt}=\begin{cases}A_2^0, & если\ A_2^0>A_2^-\\ A_2^-, & если\ A_2^0\le A_2^-\end{cases}.$$

На шаге $i=1$ функциональное уравнение с учётом соотношений (7)–(8) будет таким

$$f_1(d_1)=\min_{A_1\ge A_1^-}\left[l_1A_1+l_2A_2^{opt}+\frac{l_3D_3}{d_1-\frac{D_1}{A_1}-\frac{D_2}{A_2^{opt}}}\right]. \qquad (9)$$

Обозначим выражение, стоящее в квадратных скобках (9) через $H_1(A_1)$. Из необходимого условия существования экстремума функции $\frac{dH_1(A_1)}{dA_1}=0$ получим соотношение

$$A_1^0=\frac{D_1+\sqrt{l_3D_3D_1/l_1}}{d_1^*},\quad d_1^*=d_1-\frac{D_2}{A_2^{opt}}. \qquad (10)$$

С учётом полученного A_1^0 и условия несущей способности элемента $i=1$ запишем оптимальное решение

$$A_1^{opt}=\begin{cases}A_1^0, & при\ A_1^0>A_1^-\\ A_2^-, & при\ A_1^0<A_1^-\end{cases}. \qquad (11)$$

Из полученных соотношений сформулируем следующий алгоритм:

1. Задать начальное приближение $\{A_i^{(l)}\};\ l=0;\ \{A_i^{opt}\}=\{A_i^{(l)}\};\ i=1,2,3;$ вычислить $V^{(l)}=\sum_{i=1}^{3}l_iA_i^{(l)}$.
2. Определить усилия $\{N_i\};\ i=1,2,3,$ используя соотношения (2), (3).
3. Вычислить D_i в соответствии с определением.
4. Для "ресурса" $d_1=y_0$ вычислить A_1^{opt} по формулам (10), (11).
5. Вычислить «ресурс» $d_2=d_1-\frac{D_1}{A_1^{opt}}$.
6. По формулам (7)–(8) вычислить A_2^{opt} и величину «ресурса» $d_3=d_2-\frac{D_2}{A_2^{opt}}$.
7. Определить A_3^{opt} в соответствии с определением (6).

8. Из полученных $\{A_i^{opt}\}$ сформировать новое приближение $\{A_i^{(l+1)}\}$, а также вычислить новое значение объёма ШСС $V^{(l+1)}$.

9. Проверить условие «слабой» сходимости

$$\left| \frac{V^{(l+1)} - V^{(l)}}{V^{(l)}} \right| \le \varepsilon.$$

10. Если оно справедливо, перейти к этапу 13, иначе выполнить следующий этап.

11. Переопределить $V^{(l)} = V^{(l+1)}$: $\{A_i^{(l)}\} = \{A_i^{(l+1)}\} : i = 1, 2, 3.$

12. Перейти к выполнению этапа 2.

13. Вывести оптимальный объём $V^{(l+1)}$ и соответствующие ему оптимальные сечения элементов $\{A_i^{(l+1)}\}$; $i = 1, 2, 3.$

14. Конец.

Численная иллюстрация. Детерминированный случай. Предлагаемый алгоритм иллюстрирован при следующих исходных данных: $h_1 = 69,29 см;\ l_2 = 120\ см;\ h_2 = 120 см;\ R_0 = 150\,МПа;\ \phi_{\min} = 2/3;\ P = 1000\ H;$ $E = 2 \cdot 10^7\ МПа;\ y^0 = 0.001\,см.$ Начальным приближением взято $A_1^{(0)} = 3,14\ см^2;\ A_2^{(0)} = 10\ см^2;\ A_3^{(0)} = 100\ см^2$. Результаты вычислений представлены в табл. 1.

При $\varepsilon = 10^{-5}$ результаты по искомым переменным $\{A_i^-\}, \{A_i^{opt}\}$, V^{opt} практически совпадают с предыдущим приближением. Из этой таблицы также видно, как постепенно «отключается» из геометрии конструкции элемент 1, то есть он становится «лишним» в оптимальной ШСС. Система превращается в статически определимую.

Таблица 1 – **Результаты решения задачи ОПК при детерминированных данных**

$\lg \varepsilon$	A_1^-	A_2^-	A_3^-	A_1^{opt}	A_2^{opt}	A_3^{opt}	V^{opt}	Число итераций
-1	2,78	2,86	11,19	2,78	7,81	25,76	5622	2
-2	0,71	5,70	10,92	0,71	10,92	31,16	6697	11
-3	0,078	6,56	14,06	0,078	11,89	33,60	7140	30
-4	0,008	6,66	14,13	0,008	11,99	33,89	7192	51
-5	0,0008	6,67	14,14	0,0008	12	33,92	7197,2	72
-6	0,00008	6,67	14.14	0,00008	12	33,92	7197,8	94

Наличие нечёткой информации об исходных данных. Пусть величина h_2 (рис. 1) задаётся нечётким образом, а именно: «значение h_2 близкое числу 100 см». Этап фаззификации этого определения выполним на основе применения нечётких чисел $(L - R)$-типа, а именно: числа с функцией принадлежности треугольного вида $h_2 = h_2(a, b, c)$, размах (отклонение) которого есть $\Delta_L = b - a;\quad \Delta_R = c - b;\ a = a(x);\ b = b(x);$

$c = c(x)$. Выполнив вычисления согласно описанному выше алгоритму для: 1) $a = 90 см; b = 100 см; c = 110 см$ в определении нечёткой величины $h_2^f = \frac{0}{a} + \frac{1}{b} + \frac{0}{c}$, получим такие сечения и объём

$$A_1^f = \frac{0}{4 \cdot 10^{-5}} + \frac{1}{4 \cdot 10^{-5}} + \frac{0}{5 \cdot 10^{-5}};$$

$$A_2^f = \frac{0}{16,68} + \frac{1}{14,65} + \frac{0}{13,15};$$

$$A_3^f = \frac{0}{17,8} + \frac{1}{46,46} + \frac{0}{39};$$

$$V^f = \frac{0}{A} + \frac{1}{B} + \frac{0}{C}; \ A = 10672; \ B = 9015; \ C = 7929.$$

Здесь $\Delta_L = \Delta_R = 10 см$. Ожидаемое значение объёма $V^{df} = \frac{1}{4}(A + 2B + C)$ составляет для этого случая $V^{df} = 9158(см^3)$;
2) при большем размахе $\Delta_L = \Delta_R = 20$ имеем

$$h_2^f = \frac{0}{80} + \frac{1}{100} + \frac{0}{120}$$

и такие результаты

$$A_1^f = \frac{0}{3 \cdot 10^{-5}} + \frac{1}{4 \cdot 10^{-5}} + \frac{0}{6 \cdot 10^{-5}};$$

$$A_2^f = \frac{0}{19,51} + \frac{1}{14,65} + \frac{0}{12};$$

$$A_3^f = \frac{0}{76} + \frac{1}{46,46} + \frac{0}{34}; \quad A = 13310; \ B = 9015; \quad C = 7198;$$

$$V^{df} = 9635(см^3).$$

Таблица 2 – **Влияние на оптимальный проект размаха нечёткой величины** $\Delta_L = \Delta_R = kb$

Нечёткость задания h_2 $(0 \le k < 1)*100\%$	Результат $V^{df} > V^{\det}$
10	1,6%
20	6,9%

Анализ данных табл. 2 даёт следующее: Увеличение симметричного размаха нечёткой величины h_2 ведёт к увеличению ожидаемого значения объёма ШСС, причём к существенно большему по отношению к детерминированному проекту $(V^{\det} = 9015 см^3)$, т. е. данная ШСС реагирует на изменения в задании параметра её геометрии.

Пусть задаётся нечётким образом информация о нагрузке – «значение P около $1000\,H$». Фаззификацию этого параметра выполним на основе нечётких чисел треугольного вида с симметричным размахом. Например,

$$P = \frac{0}{900} + \frac{1}{1000} + \frac{0}{1100}; \;\; \Delta_L = \Delta_R = 100(H).$$

Результат вычислений при детерминированном $A_2 = 100\,см$ будет таким:

$$V = \frac{0}{8114} + \frac{1}{9015} + \frac{0}{9916}; \quad V^{\det} = 9015\,см^3.$$

Этот же результат получается и при детерминированном значении $V^{\det} = 1000\,H$. Другими словами, если ошибочно задана нагрузка P с симметричным размахом, то будет получен такой результат, как и при детерминированной нагрузке, т. е. система индеферентна к изменению исходных данных. Иной результат получается при задании нечёткой нагрузки P с несимметричным размахом. Например, при $P = \frac{0}{900} + \frac{1}{1000} + \frac{0}{1200}$

получено
$$V^f = \frac{0}{8114} + \frac{1}{9015} + \frac{0}{10810},$$
$$V^{df} = 9240\,см^3,$$

что на 2,4% больше, чем в детерминированном проекте.

Совместная неопределенность исходных данных. Рассмотрим влияние на оптимальный проект ШСС нечёткого задания двух параметров h_2 и P, представленных в виде нечётких треугольных чисел $h_2(90{,}100{,}110)\;(см)$ и $P(950{,}1000{,}1050)\;(H)$. Сформируем декартово произведение заданных нечётких множеств как

$$h_2 \times P = \frac{0}{(90,950)} + \frac{1}{(100,1000)} + \frac{0}{(110,1050)}.$$

Результаты вычислений на новом множестве $h_2 \times P$ будут такими:

$$V_{h_2 \times P} = \frac{0}{10138} + \frac{1}{9015} + \frac{0}{8325};$$

$$A_{1\,h_2 \times P} = \frac{0}{4 \cdot 10^{-5}} + \frac{1}{4 \cdot 10^{-5}} + \frac{0}{5 \cdot 10^{-5}};\ A_{1\,h_2 \times P} = \frac{0}{15,84} + \frac{1}{14,65} + \frac{0}{13,8};$$

$$A_{3\,h_2 \times P} = \frac{0}{54,91} + \frac{1}{46,46} + \frac{0}{40,97}.$$

Дефаззификация полученных результатов даёт детерминированные ожидаемые значения:

$V^{df} = 9123(см^3);\ A_1^{df} = 4 \cdot 10^{-5}(см^2);\ A_2^{df} = 14,71(см^2);\ A_3^{df} = 49,68(см^2).$

Величина V^{df} больше оптимального проекта $V^{\det} = 9015\left(см^3\right)$ на 1,3% при $h_2^{\det} = 100\,(см);\ P^{\det} = 1000\ (H)$.

Выводы. 1. Разработана численно-аналитическая вычислительная процедура на основе применения методов динамического программирования и последовательных приближений. 2. Не нарушая общности подхода, на примере проектирования несложной статически неопределимой фермы показана хорошая сходимость полученных результатов. В оптимальном проектировании статически неопределимых систем, как видно из табл. 1, нижние значения $A_i^-, i = 1,2,3$ области поиска практически «дышат» и сходятся. 3. Вычислительный алгоритм расчета ОПК применён к задачам, когда информация о некоторых параметрах (физических и геометрических) задаётся нечётким образом. Для моделирования этой информационной ситуации использованы понятия теории нечётких множеств: фаззификация, α -уровни, принцип обобщения, дефаззификация, декартово произведение, модели ожидаемого значения. 4. Реализация таких задач ОПК показывает, что нечёткие изменения в задании исходных данных ведут к увеличению значения оптимального объёма (плата за неопределённость). 5. Использование аппарата теории нечётких множеств в механике позволяет формулировать новые постановки задач ОПК и открывает перспективы дальнейшего исследования для сложных технических систем в условиях нечёткой неопределённости.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. ***Бараненко В.*** Оптимальне проектування ферм в умовах нечіткості завдання навантаження на основі моделей очікуваного значення і динамічного програмування / В. Бараненко // Theoretical Foundation of Civil Engineering. XIV Ed. - by W. - Szezseśniak, OP PW. – Warsaw, 2006. – P. 495–498.

2. ***Беллман Р.*** Прикладные задачи динамического программирования / Р. Беллман, С. Дрейфус. – М. : Наука, 1965. – 458 с.

3. ***Кофман А.*** Введение в теорию нечётких множеств / А. Кофман – М. : Радио и связь, 1992. – 432 с.

4. ***Почтман Ю. М.*** Динамическое программирование в задачах строительной механики / Ю. М. Почтман , В. А. Бараненко – М. : Стройиздат, 1975. – 110 с.

5. ***Рейтман М. И.*** Методы оптимального проектирования деформируемых тел / М. И. Рейтман , Г. С. Шапиро – М. : Наука, 1976. – 263 с.

В. О. Бараненко, д-р техн. наук, С. М. Чаплигіна канд. фіз.-мат. наук

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЕКТУВАННЯ ШАРНИРНО-СТЕРЖНЕВИХ СИСТЕМ МІНІМАЛЬНОЇ ВАГИ В УМОВАХ НЕЧІТКОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Розглядається задача невизначеного програмування: оптимальне проектування стержневої статично невизначуваній системи за критерієм мінімуму витрати матеріалу. Такі величини, як геометричні розміри конструкції та навантаження, задаються в нечіткій формі. Для детермінованих даних оптимізаційної моделі на основі методу динамічного програмування і техніки послідовних наближень розроблена чисельно-аналітична процедура, яка була використана у випадку вихідних даних, що мають нечітку природу.

Ключові слова: *моделювання, шарнірно-стержневі системи, оптимальне проектування, динамічне програмування, нечіткі множини.*

V. A. Baranenko, Dr. Sci. (Tech.), S. N. Chaplygina, PhD (Phys.-Math.)

DESIGNING MODELING PIN-JOINTED SYSTEMS OF MINIMAL WEIGHT IN CONDITIONS OF FUZZY INFORMATION

In a given paper it is considered the problem of uncertain programming – optimal desinging of elastic statically indeterminate bars system as to minimum weight criteria of material expenditure. Such initial variables, as geometrical sizes of structure and loading are presented in non clear verbal-quantitative form. Deterministic optimal model realization is on the basis of numerical-analitical procedure. Its stage is presented by dynamic programming and succesive approach technique. Calculating procedure was used for initial data with fuzzy nature.

Keywords: *modeling, pin-jointed systems, optimal design, dynamic programming, fuzzy sets.*

In a given paper it is considered the problem of uncertain programming – optimal designing of elastic statically indeterminate bars system as to minimum weight criteria of material expenditure. In this problem there are initial data as: geometrical size of structure and force. They are represented in fuzzy form by quantifiers of definition «approximately».

Deterministic model of initial problem is described as

$$\{A_i^{opt}\} = \arg\{\min_{A_i \in Q_i} V = \sum_{i=1}^{3} l_i A_i \,\middle|\, \sigma_i(A_i) \le R_i^*; \sum_{i=1}^{3} \frac{D_i}{A_i} \le y_0; N = BS\}, \qquad (1)$$

where l_i, A_i are length and cross-section of *i* element; V – volume of total designing system; $N=\{N_i\}$ – vector of axial forces; E – elasticity module; $S=\{P,X\}^T$ – vector force; X – unknown force; $Q_i=\{A_i \,|\, A_i \ge A_i^-\}$ – search variable area witch is obtained by durability conditions; R_i – is calculation strength; $N=BS$ – equilibrium equation.

Fuzzy model of problem is presented by equation

$$\{A_i^{opt}\} = \arg\{\min_{A_i \in Q_i} V = \sum_{i=1}^{3} l_i(\xi) A_i \left| \sum_{i=1}^{n} \frac{D_i(\xi)}{A_i} \le y_0;\ N = BS \right\}. \qquad (2)$$

In equation (2) ξ – is fuzzy value. It may be force P or length l_2 in a given problem.

In optimization theory the model (1) is multistep process of adoption decisions. Realization of this process by dynamic programming method is presented by equation [2, 4]

$$f_i(d_i) = \min_{A_i}[l_i A_i + f_{i+1}(d_i - \frac{D_i}{A_i})] \quad i = 1, 2, ..., n; \quad f_{n+1}(dn+1) \equiv 0. \qquad (3)$$

On the basis of necessary conditions of extremum and succesive approach technique the numerical algorithm was obtained [1].

Examples were solved by application of fuzzy sets conception [3]: fuzzyfication, α-level, Cartesian product, fuzzy value, principle generelization, defuzzyfication.

REFERENCES

1. ***Baranenko V. A.*** Optimal design truss in conditions of fuzzy load by expected value models and dynamic programming / V. A. Baranenko // Theoretical Foundation of Civil Engineering. XIV. – Warsaw: Ed. by W. Szezseśniak, OP PW, 2006. – P. 495–498. (in Russian)
2. ***Bellman R***. Applied Dynamic Programming / R. Bellman, S. Dreufus. –Princeton: Princeton University Press, 1962 – 458 p. (in Russian)
3. ***Kaufman* A.** Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets / A. Kaufman. – New York: Academic Press 1975 – 432 p. (in Russian)
4. ***Potchman Ju. M.*** Dynamic Programming in Problems Structural Mechanic Yu. M. Potchman, V. A. Baranenko – Strojizdat, 1975 – 110 p. (in Russian)
5. ***Reitman M. I.*** Methods of optimal design of deformable bodies / M. I. Reitman, G. S. Shapiro. – M. : Nauka, 1976. – 263 p. (in Russian)

Днепропетровский государственный
химико-технологический университет,
Приднепровская государственная академия
строительства и архитектуры
Днепропетровск, Украина

Поступила в редколлегию 12.05.2014