*ISSN 2079–1836*
*2019, вип. 30*

DOI: 10.15421/4219037
УДК 539.3

*А. Г. Шпорта*

# КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ СТРИНГЕРА ТА ОРТОТРОПНОЇ ПЛАСТИНИ З КРИВОЛІНІЙНОЮ АНІЗОТРОПІЄЮ

**За допомогою методу збурення розв'язання складних задач теорії пружності анізотропних середовищ зведене до послідовного розв'язання крайових задач теорії потенціалу. Досліджено ряд складних нових задач, зокрема, про передачу навантаження від жорсткого штампу до криволінійного сектору з циліндричною анізотропією за умови наявності у зоні контакту ділянок ковзання та ділянки зчеплення.**

***Ключові слова:*** *штамп, взаємодія, анізотропія, асимптотичний метод, ковзання, зчеплення.*

**Вступ.** Передача зусиль та тисків від одних деталей взаємодії до інших відбувається при їх взаємному дотику. Тому проблема контактних взаємодій має особливе значення для машинобудування та будівництва, оскільки вони визначають процеси зносу, міцності, руйнування та довговічності конструкцій та споруд. Практичні потреби розв’язання цих питань обумовили важливість розробки методів розрахунку контактних взаємодій, а також дослідження конкретних контактних задач [1 – 3].

У цій роботі розглядається задача про вдавлювання жорсткого штампу у вільну грань пружного ортотропного нескінченного кругового сектору з циліндричною анізотропією, кромки якого закріплені. Припускається, що між штампом та пластиною в процесі взаємодії з’являються ділянки ковзання та зчеплення. Для розв’язання задачі використовується асимптотичний метод [3, 4].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питання про визначення напружено-деформованого стану пружної ізотропної напівплощини під дією жорсткого штампу з урахуванням того, що в області контакту існують ділянки ковзання та зчеплення, вперше було поставлене та наближено розв’язане Л. О. Галіним ще в 1945 році. У подальшому варіації та ускладнення цієї задачі розглядалися багатьма авторами.

Наприклад, у [5] автором розглянута осесиметрична задача про контактну взаємодію штампа поліноміального профілю та пружного півпростору при наявності тертя та часткового зчеплення в області контакту. З використанням метода Вінера – Хопфа задача зведена до нескінченної системи алгебраїчних рівнянь типу Пуанкаре – Коха, розв’язок якої отриманий у рядах. Знайденні радіуси області контакту та зони зчеплення, розподіл контактних напружень, осад штампу.

У своїй [2] розглянуто неоднорідну контактну задачу, у якій на продовження лінії контакту штампа з півплощиною діють зосередженні зусилля на розтягнення (стискання). Розв'язок знаходиться як сума добутків фундаментальних розв'язків на дробово-лінійні функції, коефіцієнти яких визначаються з поведінки розв'язків на нескінченності та у додаткових точках.

У даній роботі вивчається нова задача про дію жорсткого штампу на вільну грань пружного ортотропного кругового сектора з циліндричною анізотропією. Аналітичні розв'язки отримані за допомогою узагальненого асимптотичного підходу.

**Постановка задачі.** Нехай пружна пластина $R_0 \le r < \infty, -\gamma \le \theta \le \gamma$ закріплена за кромками $\theta = \pm\gamma$. На границю $r = R_0$ на ділянці $-\lambda \le \theta \le \lambda$ діє жорсткий штамп з основою, яка співпадає з границею $r = R_0$, навантаженою нормальним зусиллям $P_0$ (штамп переміщується поступально, паралельно осі $Ox$). Припускається, що в області контакту штампа з пластиною існують дві ділянки ковзання, які примикають до кінцевих точок області контакту, та ділянка зчеплення, розташована між ними. У зонах ковзання зсувні зусилля направлені у протилежні боки. Граничні точки ділянки зчеплення $(\theta = \pm\alpha)$, які заздалегідь невідомі та повинні бути визначені у ході розв'язання задачі, розташовані симетрично відносно осі $Ox$. Напруження в цих точках повинні бути обмежені та безперервні. Пластина товщиною $\delta$ працює в умовах узагальненого плоского напруженого стану. Матеріал її є ортотропним, головні напрямки анізотропії співпадають з полярними координатами $r, \theta$. Потрібно визначити закони розподілу напружень під штампом і розмір ділянки зчеплення.

**Метод розв'язання.** Якщо замість полярних координат $r, \theta$ ввести безрозмірні координати $\xi, \eta$ співвідношеннями $r = R_0 e^{\xi}$, $\theta = \eta$, то поставлена задача може бути зведена до інтегрування рівнянь рівноваги пластини у переміщеннях

$$B_1 u_{\xi\xi} + G u_{\eta\eta} - B_2\left(v_\eta + u\right) + Gm v_{\xi\eta} - G v_\eta = 0,$$

$$G v_{\xi\xi} + B_2 v_{\eta\eta} + B_2 u_\eta + Gm u_{\xi\eta} + G\left(u_\eta - v\right) = 0$$

при наступних граничних умовах:

– зовні штампу

$$\sigma_1 = B_1\left(R_0 e^{\xi}\right)^{-1}\left(u_\xi + \vartheta_2(v_\eta + u)\right) = 0,$$

$$\tau = G\left(R_0 e^{\xi}\right)^{-1}\left(u_\eta + v_\xi - v\right) = 0 \quad (\xi = 0, \lambda < |\eta| < \gamma),$$

$$u = v = 0 \quad (\eta = \pm\gamma);$$

– під штампом

$$u = const = c_0\,(\xi = 0, |\eta| \le \lambda), v = 0\,(\xi = 0, |\eta| \le \alpha),$$

$$\tau = sign(\eta)\rho\sigma_1\,(\xi = 0, \alpha < |\eta| < \lambda),$$

– на нескінченності переміщення та напруження дорівнюють нулю.

Крім того, повинні бути виконані умови рівноваги штампу. Тут $u = u_r, v = u_\theta$ − компоненти вектора переміщень пластини; $B_1 = E_1\delta/(1-\vartheta_1\vartheta_2),\ B_2 = E_2\delta/(1-\vartheta_1\vartheta_2),\ G = G_*\delta$; $\sigma_1$ − нормальне в напрямку координати $\xi$ напруження; $\tau$ – дотичне напруження; $E_1, E_2$ − модулі пружності вздовж головних напрямків; $G_*$ − модуль зсуву; $m = 1+\mu, \mu = \vartheta_2 B_1/G = 1+\vartheta_1 B_2/G$; $\vartheta_1, \vartheta_2$ − коефіцієнти Пуассона матеріалу пластини; $\rho$ − коефіцієнт тертя ( $\rho$ <1); індекси $\xi, \eta$ позначають диференціювання за відповідними координатами.

Математичні труднощі не дозволяють отримати точний аналітичний розв’язок поставленої задачі. Для її дослідження застосуємо асимптотичний метод, розроблений у [2, 3]. Цей метод дозволяє розглянути напружено-деформований стан пластини, виділивши дві складові, причому кожна з них знаходиться при послідовному розв’язанні крайових задач теорії потенціалу. Визначення напруженого стану першого типу (що повільно змінюється у напрямку координати $\xi$ ) у першому наближенні зводиться до інтегрування рівняння

$$B_1 u^{1,0}_{\xi\xi} + G u^{1,0}_{\eta\eta} = 0 \tag{1}$$

при наступних граничних умовах:

$$\sigma_1^{1,0} = B_1 R_0^{-1} u^{1,0}_\xi = 0\ (\xi = 0, \lambda < |\eta| < \gamma); \tag{2}$$

$$u^{1,0} = const\ (\xi = 0, |\eta| \le \lambda),\ u^{1,0} = 0\ (\eta = \pm\gamma);$$

на нескінченності виконуються нульові умови для шуканої функції та її похідних.

Оскільки при $\eta = \pm\gamma$ компонента вектора переміщення $u$ дорівнює нулю, то й $u^{1,0}_\xi$ при $\eta = \pm\gamma$ також буде дорівнювати нулю. Переміщення $v^{1,0}$, яке відповідає даному напружено-деформованому стану, знаходиться зі співвідношення [2]

$$v^{1,0}_\eta + u^{1,0} = 0\,. \tag{3}$$

Введемо нові незалежні змінні $x_1 = \left( G / B_1 \right)^{1/2} \xi,\ y_1 = \eta$ , тоді крайова задача (1), (2) приймає вигляд

$$u^{1,0}_{x_1 x_1} + u^{1,0}_{y_1 y_1} = 0\,, \tag{4}$$

$$u^{1,0}_{x_1} = 0\ (x_1 = 0, \lambda < |y_1| < \gamma);$$

$$u^{1,0} = const\ (x_1 = 0, |y_1| \le \lambda), u_{x_1}{}^{1,0} = 0\ (y_1 = \pm\gamma); \tag{5}$$

на нескінченності похідні дорівнюють нулю.

Таким чином, потрібно знайти аналітичну у прямокутнику $0 \le x_1 < \infty$, $|y_1| \le \gamma$ функцію $u^{1,0}$ за заданими граничними умовами (5). Цю задачу будемо розв'язувати відображенням прямокутника з площини $z_1 \left( z_1 = y_1 + ix_1 \right)$ у верхню напівплощину зображень $\zeta_1 \left( \zeta_1 = \eta_1 + i\xi_1 \right)$. Вказане відображення можна виконати за допомогою функції відображення.

Якщо дотримуватись вимоги, щоб початок координат зберігав своє розташування, а точки $z_1 = \pm\gamma$ переходили у точки $\zeta_1 = \pm 1$, то функція відображення буде мати вигляд

$$\zeta_1 = \sin \frac{\pi z_1}{2\gamma}\,. \tag{6}$$

Її дійсна та уявна частини записуються наступним чином:

$$\eta_1 = \sin \frac{\pi y_1}{2\gamma} ch \frac{\pi x_1}{2\gamma},\ \ \xi_1 = \cos \frac{\pi y_1}{2\gamma} sh \frac{\pi x_1}{2\gamma}, \tag{7}$$

причому точки $z_1 = \pm\lambda$ відображуються у точки $\zeta_1 = \pm l_1,\ l_1 = \sin(\pi\lambda / 2\gamma)$ .

Розв'язання здійснюється за допомогою формули Келдиша – Сєдова.

Нормальне напруження $\sigma_1^0$ та складова дотичного напруження $\tau^{1,0}$, відповідна функції $u^{1,0}$, знаходяться за формулами

$$\sigma_1^0 = B_1 (R_0 e^{\xi})^{-1} u^{1,0}_{\xi} = (R_0 e^{\xi})^{-1} \sqrt{G B_1} u^{1,0}_{x_1},$$

$$\tau^{1,0} = G u^{1,0}_{\eta} (R_0 e^{\xi})^{-1} = G (R_0 e^{\xi})^{-1} u^{1,0}_{\eta_1}.$$

Стала $A$ визначається з умови рівноваги штампа та дорівнює

$$A = -P_0 \left[ \left( 4\gamma / \pi \right) R_0^{-1} \sqrt{GB_1} K(l_1) \right]^{-1}, \qquad (8)$$

де $l_1 = \sin(\pi\lambda / 2\gamma), K(l_1) -$ повний еліптичний інтеграл першого роду.

Тоді тиск під штампом у першому наближенні виражається наступним чином:

$$\sigma_1^0 = -\frac{P_0 \pi}{4\gamma K(l_1)} \frac{1}{\sqrt{l_1^2 - \eta_1^2}}, \qquad (9)$$

а дотичне напруження $\tau^{1,0}$ при $\xi_1 = 0, \left|\eta_1\right| > l_1$ знаходиться за формулою

$$\tau^{1,0}(\eta_1) = -\frac{P_0}{4\gamma K(l_1)} \sqrt{\frac{G}{B_1}} \left( \eta_1^2 - l_1^2 \right)^{-1/2}. \qquad (10)$$

Складова $v^{1,0}$ компоненти вектора переміщень $v^0$, відповідна даному напруженому стану, визначається з рівняння (3). Функція $u^{1,0}$ знаходиться зі співвідношень для $u_{x_1}^{1,0}, u_{y_1}^{1,0}$ відповідно при $\left|\zeta_1\right| < l_1, \left|\zeta_1\right| > l_1$ з урахуванням того, що при $y_1 = \eta = \pm\gamma$ $u^{1,0} = 0$. Зокрема, при $x_1 = 0\ (\xi = 0)$, $\left|y_1\right| = \left|\eta\right| \le \lambda$, $u^{1,0} = c_0 = \left(2\gamma / \pi\right) A \times$ $\times \ln(l_1) \left[\cos(\pi\lambda / 2\gamma)\right]^{-1}$. Ця величина визначає осад штампу.

Друга складова $v^{2,0}$ компоненти вектора переміщень $v^0$, відповідна напруженому стану типу пограничного шару, знаходиться з рівняння [2]

$$G v_{\xi\xi}^{2,0} + B_2 v_{\eta\eta}^{2,0} = 0. \qquad (11)$$

Оскільки $v^{1,0}$ і $v^{2,0}$ мають той самий порядок за $\varepsilon = G / B_1$, а похідна $v_\xi^{2,0}$ більша за похідну $v_\xi^{1,0}$ на два порядки при $q = B_2 / B_1 \approx 1$, то у даному наближенні граничні умови для визначення $v^{2,0}$ з рівняння (11) запишуться наступним чином:

$$v_\xi^{2,0} = -u_\eta^{1,0}\ (\xi = 0, \lambda < \left|\eta\right| < \gamma),$$

$$v_\xi^{2,0} = 0\ (\eta = \pm\gamma), \qquad (12)$$

$$G v_\xi^{2,0} = \rho R_0 \sigma_1^0 \left( \xi = 0, \left|\eta\right| < \lambda \right).$$

При цьому, як припускалося в постановці задачі, $\rho < 1$ $\left(\rho = \rho_0 \varepsilon^{1/2}, \rho_0 \approx 1\right)$.

Компонента $u^{2,0}$, відповідна даному напруженому стану, задовольняє умові [2] $u^{2,0}_{\xi\xi} = 0$.

Після введення нових незалежних змінних $x_2 = \left(B_2 / G\right)^{1/2} \xi,\ y_2 = \eta$ крайова задача (11), (12) приймає вигляд

$$v^{2,0}_{x_2 x_2} + v^{2,0}_{y_2 y_2} = 0, \tag{13}$$

$$v^{2,0}_{x_2} = -\left(G / B_2\right)^{1/2} u^{1,0}_{y_2} \left(x_2 = 0, \lambda < |y_2| < \gamma\right), \tag{14}$$

$$v^{2,0}_{x_2} = 0 \left(y_2 = \pm\gamma\right), v^{2,0}_{x_2} = \rho R_0 \left(G B_2\right)^{1/2} \sigma_1^0 \left(x_2 = 0, |y_2| < \lambda\right).$$

Задача (13), (14) суть задача Неймана для функції $v^{2,0}(x_2, y_2)$, яка може бути розв'язана відображенням напівполоси з площини $z_2 (z_2 = y_2 + i x_2)$ у верхню напівплощину зображень $\zeta_2 (\zeta_2 = \eta_2 + i\xi_2)$. Функція відображення має вигляд (6) із заміною $\zeta_1$ на $\zeta_2$, $z_1$ на $z_2$. При цьому точки $x_2 = 0, y_2 = \pm\lambda$ відображуються у точки $\xi_2 = 0, \eta_2 = \pm\sin(\pi\lambda / 2\gamma) = \pm l_1$, точки $x_2 = 0, y_2 = \pm\gamma$ - в точки $\xi_2 = 0, \eta_2 = \pm 1$. Крім того, при $\eta = \pm\gamma\left(y_1 = y_2 = \eta\right)$ $\xi_2 = \xi_1 = 0$, а $\eta_1, \eta_2$ змінюється від $\pm 1$ до $\pm\infty$. Тому із співвідношень (14) з урахуванням (12), (13) випливає, що на дійсній осі ($\xi_2 = 0$) напівплощини $\zeta_2$ функція $v^{2,0}_{x_2}$ приймає значення

$$v^{2,0}_{x_2} = \rho A \sqrt{\frac{B_1}{B_2}} \frac{1}{\sqrt{l_1^2 - \eta_2^2}} \left(|\eta_2| < l_1\right),$$

$$v^{2,0}_{x_2} = -A \sqrt{\frac{G}{B_2}} \frac{1}{\sqrt{\eta_2^2 - l_1^2}} \left(l_1 < |\eta_2| < 1\right), \tag{15}$$

$$v^{2,0}_{x_2} = 0 \qquad \left(|\eta_2| > 1\right).$$

Якщо $\psi^0 = v^{2,0} + iQ^{2,0}\left(Q^{2,0}\right.$ – гармонійна функція, спряжена з $\left.v^{2,0}\right)$, то $\psi_1^0 = i\psi_{y_2}^0 = v_{x_2}^{2,0} + iv_{y_2}^{2,0}$. Функцію $\psi_1^0$ у будь-якій точці верхньої напівплощини можна визначити за допомогою інтеграла типу Коші

$$\psi_1^0(\zeta_2) = \frac{1}{\pi i}\int_L \frac{f(t)dt}{t-\zeta_2} + ik, \tag{16}$$

де $L$ – границя напівплощини $(\xi_2 = 0)$, $f(t) = v_{x_2}^{2,0}(\eta_2)$, $k$ – довільна дійсна стала, яку у подальшому будемо вважати нульовою.

З формули (16) з урахуванням (15) отримаємо

$$\psi_1^0(\zeta_2) = \rho A\sqrt{\frac{B_1}{B_2}}\frac{1}{\sqrt{l_1^2-\zeta_2^2}} - \frac{A}{\pi i}\sqrt{\frac{G}{B_2}}\frac{1}{\sqrt{\zeta_2^2-l_1^2}}\times$$

$$\times\left[\ln\frac{\zeta_2-1}{\zeta_2+1} + \ln\frac{\left(\zeta_2+l_1^2\right)+\sqrt{\left(\zeta_2^2-l_1^2\right)\left(1-l_1^2\right)}}{\left(\zeta_2-l_1^2\right)+\sqrt{\left(\zeta_2^2-l_1^2\right)\left(1-l_1^2\right)}}\right].$$

Похідні $v_{x_2}^{2,0}, v_{y_2}^{2,0}$ визначаються через функцію $\psi_1^0(\zeta_2)$ як $v_{x_2}^{2,0} = \mathrm{Re}\,\psi_1^0(\zeta_2)$, $v_{y_2}^{2,0} = \mathrm{Im}\,\psi_1^0(\zeta_2)$.

На цьому розв’язання задачі у першому наближенні закінчується.

**Висновки.** Тиск під штампом визначається формулою (12), а дотичне напруження $\tau$ під ним має вигляд $\tau^0 = \rho\sigma_1^0$. Оскільки $u_\xi^{2,0} = 0$, то граничні умови для визначення функцій $u^{1,1}, v^{2,1}$ у другому наближенні виявляються нульовими [4]. Відповідно нульовими є функції $u^{2,1}, v^{1,1}$. Тому і розв’язки є нульовими, тобто друге наближення не вносить поправок у перше наближення (розкладання розв’язків ведеться за цілими степенями параметра $\varepsilon$ [4]).

Вплив тертя на тиск під штампом враховується лише у третьому наближенні. У цьому випадку виникає відхил за деформацією $u_\xi$ $(\xi = 0, l_1 < |\eta| < 1)$, який знімається під час розв’язання рівняння (1) для функції $u^{1,2}$. Граничними умовами для визначення $u^{1,2}$ при $\xi = 0$ будуть $u_\xi^{1,2} = u_\xi^{1,0} - \mu v_\eta^{1,0}$ $\left(l_1 < |\eta| < 1\right)$, $u_\eta^{1,2} = 0\left(|\eta| < l_1\right)$. На нескінченності усі функції дорівнюють нулю. Оскільки $u_\xi^{1,0} = 0\left(|\eta| > l_1\right)$, то

$u_\xi^{1,2} = \mu u^{1,0} \left( \xi = 0, l_1 < |\eta| < 1 \right)$. Тут $\mu = \vartheta_1 B_1 / G = \vartheta_2 B_1 / G$ та врахований зв'язок між $v_\eta^{1,0}$ і $u^{1,0}$, що обумовлюється рівністю (3). Таким чином, відхил за нормальним напруженням $\sigma_1$ при $\xi = 0, l_1 < |\eta| < 1$ викликаний лише урахуванням коефіцієнта Пуассона. Розв’язання сформульованої задачі повторює викладене раніше, але при вказаних граничних умовах.

**Перспективи подальшого розвитку.** Метод збурень дозволяє звести розв’язання складних задач лінійної теорії пружності до крайових задач теорії потенціалу.

За допомогою описаного підходу можуть бути отримані аналітичні розв’язки різноманітних практично важливих задач. Можливе проведення попередньої оцінки напружено-деформованого стану конструкцій, механізмів або деталей, коли під час взаємодії з’являються області ковзання та зчеплення.

## БІБЛІОГРАФІЧНІ ПОСИЛАННЯ


1. ***Галин Л. А.*** Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. М.: Наука, 1980. 303 с.

2. ***Копорулин В. Л.,*** *Моссаковская Л. В.* Задача Галина для параболического штампа с трением и сцеплением. Научные труды SWorld. Иваново: Научный мир. 2016. В. 1(42). Т. 1. С. 72–79.

3. ***Маневич Л. И.*** Асимптотические методы в теории упругости ортотропного тела. Донецк: Вища шк., 1982. 152 с.

4. ***Маневич Л. И.*** Асимптотический метод в микромеханике композиционных материалов. К.: Вища шк., 1991. 131 с.

5. ***Острик В. И.*** Осесимметричный контакт штампа полиномиального профиля с упругим полупространством при наличии трения и сцепления // Прикладная математика и механика. 2013. Т. 77. С. 605-619.



УДК 539.3



*А. Г. Шпорта*


# КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СТРИНГЕРА И ОРТОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ С КРИВОЛИНЕЙНОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ


**С помощью метода возмущений решение сложных задач теории упругости анизотропных сред сведено к последовательному решению краевых задач теории потенциала. Исследован ряд сложных новых задач, в частности, о передаче нагрузки от жесткого штампа к круговому сектору с цилиндрической анизотропией.**



***Ключевые слова:*** *штамп, взаимодействие, анизотропия, асимптотический метод, проскальзывание, сцепление.*

UDC 539.3

*A. H. Shporta*

# CONTACT INTERACTION OF STRINGER AND ORTHOTROPICAL PLATE WITH CURVILINEAR ANISOTROPY

**The method is allowed to reduce the solution of complicated problems of linear elasticity to subsequently solved boundary problems of potential theory. New linear problems are investigated, in particular, problem on load transfer from stamp to circular plate with cylindrical anisotropy.**

***Keywords:*** *stamp, interaction, anisotropy, asymptotic slip, clutch.*

The transfer of forces and pressures from one part of the interaction to another is carried out with their mutual contact. Therefore, the problem of contact interactions is of particular importance for mechanical engineering and construction, since the processes of wear, durability, destruction and durability of structures are applied.

The practical needs for solving these issues determined the importance of developing methods for calculating contact interactions, as well as research of specific contact tasks [1-3].

The question of the determination of the stress-strain state of an elastic isotropic half-plane under the action of a hard stamp taking into account the fact that there are areas of slip and clutch in the field of contact, was initially set up and solved by L. A. Galin in 1945. Subsequently, the variation and complication of this problem were discussed by many authors.

The article presents the problem solution on the impact of a rigid stamp on the free face of an elastic orthotropic circular sector of finite size with cylindrical anisotropy, the main directions of which coincide with the polar coordinates. The plate is fixed along the longitudinal edges. It is assumed that in the area of contact between the stamp and the plate there are sliding areas (where friction is taken into account) and a coupling area. In the area of contact of the stamp with the plate, there are two sliding areas adjacent to the end points of the contact area, and a clutch area located between them.

The boundary points of the coupling area, which are unknown in advance and must be determined during the solution of the problem, are symmetrically relative to the axis. The tensions at these points should be limited and uninterrupted. The plate of thickness $\delta$, works in conditions of generalized plane stressed state. Its material is orthotropic. The main directions of anisotropy coincide with the polar coordinates $r,\theta$. The question of determining the laws of stress distribution under the stamp is studies. Also important as a result is the size of the clutch area.

Mathematical difficulties do not allow to obtain the exact analytical solution of the problem. To solve the problem, an asymptotic method is used [4]. This method allows us to decompose the stress-strain state of the plate into two components, each of which is found in the sequential solution of boundary value problems of potential theory.

The perturbation method considered by the author of this article made it possible to reduce the solution of complex problems of linear elasticity to subsequently solved boundary value problems of potential theory. We study new linear problems that are currently relevant. In particular, the work addressed the problem of L. A. Galin about transferring the load from a stamp to a round plate.

In the process of problem solving, a relationship is established between the dimensions of the coupling area, the contact area, the sector opening angle. A relationship is also established between the friction coefficient and the stiffness characteristics of the plate material.

With the help of the approach proposed by the author, analytical solutions of various practically important problems can be obtained. It is possible to carry out assessments of the stress-strain state of structures, mechanisms, or parts in the case that, during interaction, areas of sliding and adhesion appear.

## REFERENCES

1. ***Galin L. A.*** *Contact problems of the theory of elasticity and viscoelasticity. Moskow; Nauka, 1980. 303 p.* (in Russian)

2. ***Koporulin V. L.,*** *Mossakovskaya L.V.* Galin's task for a parabolic stamp with friction and adhesion. Scientific works SWorld. Ivanovo: The Science World. 2016. I. 1 (42). V. 1. P. 72-79. (in Russian)

3. ***Manevich L. I.*** Asymptotic methods in the theory of elasticity of an orthotropic body.. Donetsk: Vyshcha shkola, 1982. 152 p. (in Russian)

4. ***Manevich L. I.*** Asymptotic method in micromechanics of composite materials . Kyiv: Vyshcha shkola, 1991. 131 p. (in Russian)

5. ***Ostrik V. I.*** Axisymmetric contact of a polynomial profile punch with an elastic half-space in the presence of friction and adhesion. // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2013. V. 77. P. 605-619. (in Russian)

*ДВНЗ Національний технічний університет*
*«Дніпровська політехніка»,*
*Дніпро, Україна*

*Надійшла до редколегії 07.06.2019*