DOI: 10.15421/4219031
УДК 539.3

*М. І. Клименко, канд. фіз.-мат. наук, С. М. Гребенюк, д-р техн. наук,
А. М. Богуславська, канд. фіз.-мат. наук*

ТЕРМОМЕХАНІЧНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ПОРОЖНИСТОГО КОМПОЗИТНОГО ЦИЛІНДРА ЗА РІЗНИХ ТИПІВ АРМУВАННЯ КОМПОЗИТУ

У роботі отримано розв'язок вісесиметричної задачі термопружності для порожнистого циліндра, що знаходиться під дією силового та температурного навантаження. Розрахунки проведено з урахуванням температурної залежності механічних характеристик композиту. Отримано розв'язки задачі для різних типів армування волокнами та об'ємного вмісту волокна в композиті. Проведено порівняння вісесиметричного деформування циліндра за наявності та відсутності впливу температурного поля.

Ключові слова: порожнистий циліндр, композиційний матеріал, матриця, волокно, температурні коефіцієнти лінійного розширення, термопружні константи.

Вступ. Дослідження термомеханічної поведінки композитних матеріалів є важливим у багатьох інженерних областях, де потрібне точне врахування властивостей матеріалів у розширеному температурному діапазоні. У зв'язку з цим виникає потреба у розробці ефективних методів такого дослідження, зокрема, створенні математичних моделей, що дозволяють визначати термомеханічні властивості композитного матеріалу за властивостями його компонентів. Важливим сучасним напрямом розробки та дослідження композиційних матеріалів є визначення залежності від температури їх фізико-механічних характеристик, зокрема, модуля пружності, модуля зсуву, коефіцієнта температурного розширення і коефіцієнта теплопровідності.

Для розрахунку термонапружень необхідно є інформація про температурні коефіцієнти лінійного розширення композиційних матеріалів. Для їх визначення найчастіше застосовують наближені методи [5, 8, 11]. У сучасних дослідженнях для знаходження термопружних характеристик композиту широко застосовується метод гомогенізації. Він ґрунтується на розв'язанні спеціальних задач теорії пружності на комірці періодичності композитного матеріалу. Особливості застосування цього методу при розв'язанні задач термопружності композитів розглянуті у [2 – 4, 10]. Варіант методу асимптотичного усереднення для композиційних матеріалів запропоновано у [3]. Даний метод дозволяє знаходити ефективні температурні коефіцієнти лінійного розширення та технічні константи термопружності композитів. У монографії [9] здійснюється дослідження локальних полів напружень у задачах градієнтної термомеханіки.

ружності для багатошарових композитів. Робота [7] присвячена розв'язанню зв'язаної задачі термопружності з урахуванням температурної залежності модуля зсуву. У [13] досліджено вплив температури на зміну модуля пружності та отримано дану залежність в аналітичному вигляді. Точність даної формули перевірено для деяких матеріалів, зокрема для алюмінію, нержавіючої сталі тощо. Експериментально виміряні значення та прогнозовані дані добре узгоджуються між собою.

Метою даного дослідження є визначення напружено-деформованого стану порожнистого циліндра при умові, що його механічні сталі залежать від температури.

Постановка задачі та загальна схема її розв'язування. Розглянемо температурну вісесиметричну задачу про деформування порожнистого циліндра з волокнистого композиційного матеріалу. Загальний аналітичний розв'язок плоскої пружної задачі за умови, що зовнішня поверхня циліндра защемлена, а сам циліндр знаходиться під дією внутрішнього тиску, наведений у [6].

Розв'язок аналогічної температурної задачі для однорідного ортотропного матеріалу представлений у [1]. Якщо температура T є сталою, то функція переміщення запишеться у вигляді

$$u_r = A \left(r^{\sqrt{E_0/E_r}} - \frac{r_2^{2\sqrt{E_0/E_r}}}{r^{\sqrt{E_0/E_r}}} \right) + \eta T \left(r - \frac{r_2^{\sqrt{E_0/E_r}+1}}{r^{\sqrt{E_0/E_r}}} \right), \quad (1)$$

де r_1 , r_2 – внутрішній та зовнішній радіуси циліндра; E_r , E_θ – модулі пружності першого роду в радіальному та тангенціальному напрямках відповідно; α_r , α_θ – температурні коефіцієнти лінійного розширення; ε_r , ε_θ – лінійні деформації ортотропного матеріалу в радіальному і тангенціальному напрямках відповідно; $\nu_{r\theta}$, $\nu_{\theta r}$ – коефіцієнти Пуассона; η описується виразом

$$\eta = \frac{E_r \alpha_r (1 - \nu_{\theta r}) - E_\theta \alpha_\theta (1 - \nu_{r\theta})}{E_r - E_\theta}.$$

Стала A визначається з крайових умов $\sigma_r(r_1) = -q$, $u_r(r_2) = 0$ і описується формулою

$$A = \frac{-qr_1^{\sqrt{E_0/E_r}+1} (1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r})}{\left(r_2^{2\sqrt{E_0/E_r}} \left(\sqrt{E_r E_\theta} - E_\theta \nu_{r\theta} \right) + r_1^{2\sqrt{E_0/E_r}} \left(\sqrt{E_r E_\theta} + E_\theta \nu_{r\theta} \right) \right)} + \\ + \frac{r_1^{\sqrt{E_0/E_r}+1} \left(\alpha_r + \nu_{\theta r} \alpha_\theta - \psi (1 + \nu_{\theta r}) \right) - r_2^{\sqrt{E_0/E_r}+1} \eta \left(\sqrt{E_\theta/E_r} - \nu_{\theta r} \right)}{r_2^{2\sqrt{E_0/E_r}} \left(\sqrt{E_\theta/E_r} - \nu_{\theta r} \right) + r_1^{2\sqrt{E_0/E_r}} \left(\sqrt{E_\theta/E_r} + \nu_{\theta r} \right)} T.$$

У більшості випадків при розв'язанні задач механіки деформівного твердого тіла для композитів неоднорідний матеріал моделюється однорідним. Термопружні сталі такого матеріалу визначимо за допомогою відомих формул.

Поздовжній модуль E_1 , поперечний модуль E_2 та коефіцієнти Пуасона ν_{12} , ν_{23} обчислимо за формулами [2]:

$$\nu_{12} = \frac{(\alpha - 2\beta \nu_{12}^{\circ}) \nu_{12}^* + 2E_2^{\circ} f (\nu_{12}^{\circ} - \nu_{12}^*)}{\alpha - 2\beta \nu_{12}^{\circ} + 2f \nu_{21}^* E_2^{\circ} (\nu_{12}^{\circ} - \nu_{12}^*)}; \quad (2)$$

$$E_1 = \frac{(\alpha - 2\nu_{12}^{\circ} \beta) E_1^* (1-f) + (\alpha - 2\nu_{12}^* \beta) E_1^{\circ} f}{\alpha - 2\beta \nu_{12}^{\circ} + 2f \nu_{21}^* E_2^{\circ} (\nu_{12}^{\circ} - \nu_{12}^*)}; \quad (3)$$

$$E_2 = \frac{2\alpha E_2^*}{(\alpha((1 + \nu_{23}^*) + 4(\gamma - 2E_2^*)(1 - \nu_{21}^* \nu_{12}^*)(f\chi_1 + \chi_2)) + \delta + \eta_1 \eta_2)}; \quad (4)$$

$$\nu_{23} = \frac{(\alpha((1 + \nu_{23}^*) + 4(\gamma - 2E_2^*)(1 - \nu_{21}^* \nu_{12}^*)(f\chi_1 + \chi_2)) - (\delta + \eta_1 \eta_2))}{(\alpha((1 + \nu_{23}^*) + 4(\gamma - 2E_2^*)(1 - \nu_{21}^* \nu_{12}^*)(f\chi_1 + \chi_2)) + (\delta + \eta_1 \eta_2))}, \quad (5)$$

де f – об'ємний вміст волокон в композиті;

$$\begin{aligned} \alpha &= E_2^* (1-f) (1 - \nu_{23}^{\circ}) + E_2^{\circ} (f (1 - \nu_{23}^*) + (1 + \nu_{23}^*)); \quad \beta = \nu_{21}^* E_2^* (1-f) + \nu_{21}^* f E_2^{\circ}; \\ \gamma &= E_2^* (1 - \nu_{23}^{\circ}) + E_2^{\circ} (1 + \nu_{23}^*); \quad \delta = f (1 + \nu_{23}^*) (\gamma - 2E_2^{\circ}) + \gamma (1 - \nu_{23}^*); \quad \eta_1 = 2E_1^{\circ} E_1^* \times \\ &\quad \times (f-1) f (\nu_{21}^* \gamma - 2\nu_{21}^{\circ} E_2^*)^2; \\ \eta_2 &= 1 / (E_2^* (\alpha (E_1^{\circ} f + E_1^* (1-f)) - 2\beta (\nu_{12}^* E_1^{\circ} f + \nu_{12}^{\circ} E_1^* (1-f))))); \\ \chi_1 &= \frac{(d_{11} - d_{21})}{d_{11} d_{22} - d_{21} d_{12}}; \quad \chi_2 = \frac{(d_{22} - d_{12})}{d_{11} d_{22} - d_{21} d_{12}}; \\ d_{11} &= E_2^{\circ} ((4f - 3 - 1/f^2) (1 + \nu_{23}^*) - \\ &\quad - 4f (1 - \nu_{21}^* \nu_{12}^*)) - E_2^* ((4f - 1/f^2 - 3) (1 + \nu_{23}^*) + 4(1/f^2 - f) (1 - \nu_{21}^* \nu_{12}^*)); \quad d_{12} = \\ &= E_2^{\circ} ((1/f - f) (1 + \nu_{23}^*) - 4(1 - \nu_{21}^* \nu_{12}^*)) - E_2^* ((1/f - f) (1 + \nu_{23}^*) + 4(1 - 1/f) (1 - \nu_{21}^* \nu_{12}^*)); \\ d_{21} &= E_2^{\circ} (4f (1 - \nu_{21}^* \nu_{12}^*) + (2f + 1/f^2 - 3) (1 + \nu_{23}^*)) - E_2^* ((2f + 1/f^2 - 3) (1 + \nu_{23}^*) + \\ &\quad + 4(f - 1/f^2) (1 - \nu_{21}^* \nu_{12}^*)); \quad d_{22} = E_2^{\circ} ((2 - f - 1/f) (1 + \nu_{23}^*) - 4(1 - \nu_{21}^* \nu_{12}^*)) - \\ &\quad - E_2^* ((2 - f - 1/f) (1 + \nu_{23}^*) + 4(1/f - 1) (1 - \nu_{21}^* \nu_{12}^*)). \end{aligned}$$

Температурні коефіцієнти лінійного розширення композита розрахуємо за формулами [1]:

$$\alpha_{11} = \frac{\gamma f d^*}{(d^\circ + f(d^* - d^\circ))(d_1 - d_2)} + \frac{2v_{21}^* f E_2^\circ}{d_1 - d_2} (\alpha_{22}^\circ - \alpha_{22}^*) + \alpha_{11}^*; \quad (6)$$

$$\alpha_{22} = -\frac{\gamma f}{(d_1 - d_2)(d^\circ + f(d^* - d^\circ))} \left(2v_{21}^\circ (1 - f) + \frac{v_{12}^* (2fE_2^\circ + d_1 - d_2)}{E_1^*} \right) + \frac{2fE_2^\circ}{d_1 - d_2} (\alpha_{22}^* - \alpha_{22}^\circ) + \alpha_{22}^*, \quad (7)$$

$$\text{де } \gamma = (2v_{21}^\circ E_2^* (f - 1) - 2v_{21}^* E_2^\circ f) (\alpha_{22}^\circ - \alpha_{22}^*) + (d_1 - d_2) (\alpha_{11}^\circ - \alpha_{11}^*).$$

На практиці можливі різні схеми армування волокнами. Розглянемо цю задачу для тангенціального, осьового та радіального напрямів армування волокнами.

При тангенціальному напрямі армування необхідно у формулі (1) прийняти $E_r = E_2$, $E_\theta = E_1$, $v_{r\theta} = v_{21}$, $v_{\theta r} = v_{12}$, $\alpha_r = \alpha_2$, $\alpha_\theta = \alpha_1$; при осьовому – $E_r = E_2$, $E_\theta = E_3$, $v_{r\theta} = v_{23}$, $v_{\theta r} = v_{32}$, $\alpha_r = \alpha_2$, $\alpha_\theta = \alpha_3$; при радіальному – $E_r = E_1$, $E_\theta = E_2$, $v_{r\theta} = v_{12}$, $v_{\theta r} = v_{21}$.

Отримаємо розв'язок задачі для композитних матеріалів, фізико-механічні характеристики яких залежать від температури. Температурна залежність модуля пружності описується формулою [13]:

$$E(T) = E_0 \cdot (1 - 0,5T/T_m), \quad (8)$$

де E_0 – модуль пружності матеріалу; T_m – абсолютна температура плавлення.

Розглянемо композитний матеріал на основі алюмінієвої матриці. Термомеханічні характеристики алюмінієвої матриці [12]: модуль пружності обчислимо, використовуючи формулу (8) за умови, що $E_0^* = 71 \text{ ГПа}$, коефіцієнти Пуассона $v_{12}^* = v_{21}^* = v_{23}^* = 0,3$, температурні коефіцієнти лінійного розширення $\alpha_{11}^* = \alpha_{22}^* = \alpha_{33}^* = 23 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{C}$, абсолютна температура плавлення $T_m = 660,3 \text{ } ^\circ\text{C}$. Механічні характеристики односпрямованих графітних волокон мають такі значення [12]: поздовжній модуль пружності $E_1^\circ = 230 \text{ ГПа}$, поперечний модуль пружності $E_2^\circ = 22 \text{ ГПа}$, коефіцієнти Пуассона, $v_{12}^\circ = 0,35$, $v_{23}^\circ = 0,3$, температурні коефіцієнти лінійного розширення $\alpha_{11}^\circ = -1,3 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{C}$, $\alpha_{22}^\circ = 7 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{C}$.

Розглянемо циліндр з внутрішнім радіусом $r_1 = 0,1 \text{ м}$ та зовнішнім радіусом $r_2 = 0,15 \text{ м}$, що знаходиться під внутрішнім тиском $q = 0,2 \text{ ГПа}$.

Температура змінюється у межах від 0°C до 100°C . Знайшовши пруж-

___ T=0, ___ T=25, _ . _ T=50, ___ T=75, _ .. _ T=100

а) $f = 0,1$; б) $f = 0,3$; в) $f = 0,5$; г) $f = 0,7$

Рис. 2 – Залежність функції u_r від температури T при радіальному армуванні:

а) $f = 0,1$; б) $f = 0,3$; в) $f = 0,5$; г) $f = 0,7$

З аналізу отриманих залежностей (рис. 1) випливає, що при осьовому армуванні волокнами в умовах дії температури деформація порожнистого циліндра є меншою у порівнянні з деформаціями при $T = 0$. Крім того, дана закономірність спостерігається і при збільшенні об'ємного вмісту волокна в композиті від 0,1 до 0,7.

На отриманих графіках (рис. 2) помітно, що зі збільшенням об'ємного вмісту волокна у композиті при радіальному армуванні радіальне переміщення у циліндрі зменшується. Можна зазначити, що при радіальному армуванні переміщення практично не залежить від температури при вмісті волокна у композиті $f = 0,7$.

— $T=0$, — $T=25$, - - $T=50$, _ _ $T=75$, _ _ _ $T=100$

Рис. 3 – Залежність функції u_r від температури T
при тангенціальному армуванні:
а) $f = 0,1$; б) $f = 0,3$; в) $f = 0,5$; г) $f = 0,7$

Аналізуючи отримані залежності (рис. 3), можна зазначити, що при тангенціальному армуванні зі збільшенням об'ємного вмісту f волокна в композиті збільшується і деформація порожнистого циліндра. Крім того, зі збільшенням об'ємного вмісту f волокна вплив температурного поля на функцію переміщення зменшується.

Висновки. Таким чином, отримано аналітичний розв'язок задачі про деформування порожнистого циліндра з волокнистого композита під дією температурного та силового навантаження. Результати можуть бути використані для розрахунку конструкційних елементів силових установок у вигляді порожнистих циліндрів, що знаходяться під дією температурних полів.

БІБЛІОГРАФІЧНІ ПОСИЛАННЯ

1. **Богуслаєвська А. М.** Термомеханічні характеристики волокнистого композиційного матеріалу з анізотропними компонентами: дис. канд. фіз.-мат. наук: 01.02.04. Запоріжжя, 2018. 133 с.
2. **Гребенюк С. М.** Напружено-деформований стан просторових конструкцій на основі гомогенізації волокнистих композитів: автореф. дис. д-ра техн. наук: 01.02.04. Запоріжжя, 2016. 35 с.
3. **Димитриєнко Ю. И., Губарева Е. А., Сборщиков С. В.** Численное моделирование теплового расширения композиционных материалов на основе метода асимптотического осреднения // Инженерный журнал: наука и инновации. 2015. Вып. 12. URL: <http://engjournal.ru/catalog/msm/pmcsm/1452.html>. (Дата звернення: 15.11.2017)
4. **Димитриєнко Ю. И., Кашкаров А. И.** Конечно-элементный метод для вычисления эффективных характеристик пространственно-армированных композитов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки, 2002. № 2. С. 95–108.
5. **Зарубин В. С., Кувыркин Г. И., Савельева И. Ю.** Оценка методом самосогласования температурного коэффициента линейного расширения с дисперсными включениями // Наука и образование. 2015. №2. С. 197–215.
6. **Киричевский В. В.** Метод конечных элементов в механике эластомеров. К.: Наукова думка, 2002. 655 с.
7. **Киричевский В. В., Дохняк Б. М., Киричевский Р. В.** Диссипативный разогрев трехслойной конструкции из эластомеров с изменяющимися физико-механическими параметрами. Луганск: Луган. селськохоз. ин-ут, 1996. 18 с.
8. **Кристенсен Р.** Введение в механику композитов. М.: Мир, 1982. 336 с.
9. **Лурье С. А., Дудченко А. А., Неуен Д. К.** Градиентная модель термоупругости для слоистой композитной структуры. // Электронный журнал «Труды МАИ». 2014. Вып. 75. URL: www.mai.ru/science/trudy. (Дата звернення: 14.11.2017)
10. **Победря Б. Е.** Механика композиционных материалов. М.: Изд-во МГУ, 1984. 336 с.
11. **Тарнопольский Ю. М., Жигун И. Г., Поляков В. А.** Пространственно-армированные композиционные материалы. М.: Машиностроение, 1987. 223 с.
12. **Kaw K.** Mechanics of composite materials. CRC press, 2006. № 2. 457 p.
13. **Thomas H. Courtney.** Mechanical Behavior of Materials. Wavelend Press, Inc. Long Grove. 2005. № 2. 733 p.

*М. И. Клименко, канд. физ.-мат. наук, С. Н. Гребенюк, д-р техн. наук,
А. М. Богуславская канд. физ.-мат. наук*

ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПОЛОГО КОМПОЗИТНОГО ЦИЛИНДРА ПРИ РАЗНЫХ ТИПАХ АРМИРОВАНИЯ КОМПОЗИТА

В работе получено решение осесимметричной задачи термоупругости для полого цилиндра, находящегося под действием силовой и температурной нагрузки. Расчеты проведены с учетом температурной зависимости механических характеристик композита. Получены решения задачи для различных типов армирования волокнами и объемного содержания волокна в композите. Проведено сравнение осесимметричного деформирования цилиндра при наличии и отсутствии влияния температурного поля.

Ключевые слова: полый цилиндр, композиционный материал, матрица, волокно, температурные коэффициенты линейного расширения, термоупругие константы.

UDC 539.3

*M. I. Klymenko, PhD (Phys.-Math.), S. M. Grebeniuk, Dr. Sci. (Tech.),
A. M. Boguslavska, PhD (Phys.-Math.)*

THERMOMECHANICAL DEFORMATION OF A HOLLOW COMPOSITE CYLINDER AT DIFFERENT TYPES OF COMPOSITE REINFORCEMENT

In this work, we obtained a solution to the axisymmetric problem of thermoelasticity for a hollow cylinder under the influence of power and temperature load. The calculations were performed taking into account the temperature dependence of the mechanical characteristics of the composite. The problem solutions for various types of fiber reinforcement and volumetric fiber content in the composite are obtained. The axisymmetric deformation of the cylinder is compared in the presence and absence of the influence of the temperature field.

Keywords: hollow cylinder, composite material, matrix, fiber, linear expansion temperature coefficients, thermoelastic constants.

An important area of development and study of composite materials is to determine the temperature dependence of their physical and mechanical characteristics, in particular, the modulus of elasticity, the shear modulus, the coefficient of thermal expansion and the coefficient of thermal conductivity. In this regard, there is a need to develop effective methods of research, such as, to create mathematical models that allow to determine the thermomechanical properties of composite material according to the properties of its components.

For the calculation of thermal stresses, information on the temperature coefficients of linear expansion of composite materials is required. For their determination, approximate methods are most often used [5, 8, 11]. In modern studies, the method of homogenization is widely used to find the

thermoelastic characteristics of the composite. It is based on the solution of the special problems of the theory of elasticity on the cell of periodicity of composite material. The peculiarities of the application of this method in solving the problems of thermal elasticity of composites are considered in [2 – 4, 10]. A variant of the method of asymptotic averaging for composite materials is proposed in [3]. This method allows to find the effective temperature coefficients of linear expansion and the technical constants of thermal elasticity of composites. The monograph [9] investigates local stress fields in problems of gradient thermal elasticity for multilayer composites. The work [7] is devoted to solving the connected problem of elasticity taking into account the temperature dependence of the shear modulus. In [13], the effect of temperature on the change of the modulus of elasticity was investigated and the dependence obtained in analytical form. The accuracy of this formula has been tested for some materials, including aluminum, stainless steel and the like. The experimentally measured values and the predicted data agree well.

The purpose of this study is to determine the stress-strain state of a hollow cylinder, provided that its mechanical characteristics are temperature dependent.

Consider the temperature axisymmetric problem of deforming a hollow cylinder of fibrous composite material. If the temperature T is constant, the displacement function will be written as:

$$u_r = A \left(r^{\sqrt{E_\theta/E_r}} - \frac{r_2^2 \sqrt{E_\theta/E_r}}{r^{\sqrt{E_\theta/E_r}}} \right) + \eta T \left(r - \frac{r_2^2 \sqrt{E_\theta/E_r} + 1}{r^{\sqrt{E_\theta/E_r}}} \right),$$

where r_1 , r_2 – the inner and outer radii of the cylinder; E_r , E_θ – modulus of elasticity of the first kind in radial and tangential directions, respectively; α_r , α_θ – temperature coefficients of linear expansion; ε_r , ε_θ – linear deformations of the orthotropic material in the radial and tangential directions, respectively; $\nu_{r\theta}$, $\nu_{\theta r}$ – Poisson's coefficients; η is defined by the expression:

$$\eta = \frac{E_r \alpha_r (1 - \nu_{\theta r}) - E_\theta \alpha_\theta (1 - \nu_{r\theta})}{E_r - E_\theta}.$$

The constant A is determined by the boundary conditions $\sigma_r(r_1) = -q$, $u_r(r_2) = 0$.

Consider this problem for the tangential, axial, and radial directions of fiber reinforcement. We obtain a solution to the problem of temperature-dependent physical-mechanical characteristics for composite materials. The temperature dependence of the modulus of elasticity is described by the formula [13]

$$E(T) = E_0 \cdot (1 - 0,5T/T_m),$$

where E_0 — is the modulus of elasticity of the material; T_m — absolute melting point.

From the analysis of the solutions of three axisymmetric problems for different fiber reinforcement schemes, we can conclude that the minimum deformation of the cylinder occurs during radial reinforcement.

Thus, an analytical solution to the problem of deformation of the hollow cylinder from a fibrous composite under the action of temperature and force load was obtained. The results can be used to calculate structural elements of power plants in the form of hollow cylinders, which are under the action of temperature fields.

REFERENCES

1. **Bohuslavska A.** Thermomechanical characteristics of a fibrous composite material with anisotropic components: the dissertation of the candidate of physical and mathematical sciences: 01.02.04. Zaporizhzhya, 2018. 133 p. (in Ukrainian).
2. **Grebenyuk S. M.** Stress-deformed state of spatial structures on the basis of homogenization of fibrous composites: author's abstract Doctor of Technical Sciences: 01.02.04. Zaporizhzhya, 2016. 35 p. (in Ukrainian).
3. **Dimitrienko Yu. I., Gubareva E. A., Sborschikov S. V.** Numerical modeling of thermal expansion of composite materials based on the method of asymptotic averaging // Engineering Journal: Science and Innovation. 2015. Issue. 12. URL: <http://engjournal.ru/catalog/msm/pmcml/1452.html>. (Date of Hunting: 11/15/2017) (in Russian).
4. **Dimitrienko Yu. I., Kashkarov A. I.** Finite-element method for calculating the effective characteristics of spatially reinforced composite materials // Bulletin of the Moscow State Technical University by N.E. Bauman. Natural Sciences, 2002. No. 2. P. 95–108 (in Russian).
5. **Zarubin V. S., Kuvyrkin G. I., Saveleva I. Yu.** Estimation by the method of self-agreement of the temperature coefficient of linear expansion with dispersed inclusions // Science and Education. 2015. № 2. P. 197–215 (in Russian).
6. **Kirichevskiy V. V.** Finite Element Method in the Mechanics of Elastomers. K.: Scientific thought, 2002. 655 p. (in Russian).
7. **Kyrychevskiy V. V., Dokhniak B. M., Kyrychevskiy R. V.** Dissipative heating of a three-layer design of elastomers with varying physical and mechanical parameters. Lugansk Agricultural Institute, 1996. 18 p. (in Russian).
8. **Kristensen R.** Introduction to the mechanics of composites. Moscow: Mir, 1982. 336 p. (in Russian).
9. **Lure S. A., Dudchenko A. A., Nguen D. K.** Gradient model of thermoelasticity for a layered composite structure. // Electronic journal "Transactions of MAI". 2014. Issue. 75. URL: www.mai.ru/science/trudy. (Date of Beast: November 14, 2017)
10. **Pobedrya B. E.** Mechanics of composite materials. M.: Publishing house of Moscow State University, 1984. 336 p. (in Russian).
11. **Tarnopolskiy Yu. M., Zhigun I. G., Polyakov V. A.** Space-reinforced composite materials. Moscow: Engineering, 1987. 223 p. (in Russian).
12. **Kaw K.** Mechanics of composite materials. CRC press, 2006. № 2. 457 p.
13. **Thomas H.** Courtney. Mechanical Behavior of Materials. Wavelend Press, Inc. Long Grove. 2005. № 2. 733 p.