ISSN 2079–1836
2019, вип. 29

УДК 539.3

М. А. Медникова

КОНТРОЛЬТОЧНОСТИ РЕШЕНИЯ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В ОСЛАБЛЕННЫХ ОТВЕРСТИЕМ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ

При определении концентрации напряжений в тонкостенных конструкциях с вырезами применение конечно-элементного подхода приводит к трудностям в получении результатов с требуемой точностью, вызванным быстропеременным характером изменения напряжений. Предлагается алгоритм, основанный на свойстве геометрического параметра А. И. Лурье однозначно определять коэффициент концентрации напряжений для оболочек большой длины, который позволяет контролировать точность решения. Предлагается уточнение конечноэлементной сетки дроблением Quad-элементов в зоне концентрации напряжений и включения Tria-елементов на границу отверстия.

Ключевые слова: *метод конечных элементов, конечноэлементная сетка, цилиндрическая оболочка, отверстие, напряженное состояние, коэффициент концентрации напряжений.*

Введение. Существуют задачи, в которых достичь высокой точности достаточно сложно, например, определение напряженно-деформированного состояния (НДС) в пластинах и оболочках, ослабленных отверстием, при решении которой исследователи сталкиваются с серьезными трудностями вычислительного характера. Особенностью этой задачи является существование областей высоких градиентов напряжений на границе отверстия, так называемых зон концентрации напряжений. Заранее определиться с расположением таких зон сложно, они зависят от особенностей конструкции и от способа нагружения. Решение требует высокой точности, так как уровень напряжений вблизи отверстия может повышаться в десятки раз, а область быть достаточно малой. А. И. Лурье [3] первый представил аналитическую расчетную модель для исследования концентрации напряжений применительно к цилиндрическим оболочкам с круговым отверстием на случаи действия внутреннего давления и растяжения. Модель предполагает разделение напряженного состояния на основное, соответствующее сплошной оболочке, и возмущенное, возникающее в окрестности отверстия и достаточно быстро затухающее при удалении от него. Предлагаемый подход основан на методе возмущений с разложением по единому геометрическому параметру А. И. Лурье β в интерпретации [12], определяющему коэффициент концентрации напряжений (ККН)

© М. А. Медникова,2019

$$\beta = \frac{\sqrt[4]{3\left(1-\nu^2\right)}}{2} \cdot \frac{r}{\sqrt{Rh}}, \qquad (1)$$

где ν, *R, h, r* – коэффициент Пуассона, радиус, толщина оболочки и радиус отверстия соответственно.

ККН показывает во сколько раз наибольшее напряжение в зоне концентрации превышает референсное значение. В качестве референсных обычно принимают средние напряжения, возникающие в оболочке без отверстия при идентичной нагрузке.

Область применения расчетной модели А. И. Лурье ограничена линейной постановкой и малым размером отверстия. Основным предположением в такой постановке задачи является то, что краевые условия не учитываются, оболочка считается бесконечной длины. В случае расчета оболочек конечной длины учет краевых условий оказывает существенное влияние, необходимым становится применение численных методов решения.

Наиболее распространённым в использовании является метод конечных элементов (МКЭ) [2, 5]. Преимуществом МКЭ является достаточно простая реализация смешанных граничных условий. Метод дает возможность отказаться от ограничений, принимаемых в модели А. И. Лурье, и учесть взаимное влияние на напряженное состояние краев оболочки и отверстия. К недостаткам можно отнести существенную зависимость результатов от выбора КЭ-сетки и трудность оценки точности решения. Достижение высокой точности является весьма трудным в связи с быстропеременным характером напряжений, то есть зонами концентрации напряжений. Возникает проблема выбора правильной ориентации элементов в сетке, которая позволит получить качественные результаты. В монографии О. Зенкевича [2] к вопросу сходимости сказано, что размеры разбиения, необходимого для получения приемлемой точности в задачах теории оболочек, зависят от многих причин. Часто оказывается, что при малой толщине оболочки область действия изгибающих моментов ограничена краевой зоной, где происходит значительное изменение этих моментов. Чтобы уловить изменение моментов вблизи границ, требуется крайне мелкое разбиение. Существуют работы, в которых показано, что точность и сходимость решения значительно зависит от ориентации элементов в сетке [7, 11]. В [7] показано, что увеличение числа степеней свободы ведет к повышению точности.

В задачах об определении концентрации напряжений в оболочках около отверстий обычно используют неоднородные сетки со сгущением около отверстия. Например, в [6, 9] используются восьмиузловые пластинчатые элементы. В [8] приведен сравнительный анализ эффективности четырехугольных и треугольных элементов. Предложен алгоритм построения эффективной сетки, которая с наименьшим количеством элементов достигает заданной погрешности. Показано, что любой че-

тырехугольник над изотропным пространством можно разложить на два треугольника без увеличения максимальной погрешности интерполяции. При разбиении четырехугольных элементов на треугольные не вводятся дополнительные узлы, а растет количество элементов, при этом матрица имеет одинаковое количество неизвестных. Авторами получено, что линейные треугольные КЭ могут быть предпочтительнее при расчетах, так как они дают лучшую сходимость. В [1] проведен сравнительный анализ использования треугольных и прямоугольных КЭ с помощью проекционно-итерационного метода при численном исследовании распределения полей напряжений для пластины с прямоугольным отверстием. Выполнено сравнение эффективности проекционно-итерационного варианта с традиционным методом КЭ. Показано, что использование треугольных конечных элементов даёт более точное значение напряжений. В [10] проводится анализ НДС ортотропных оболочек ослабленных отверстием различных форм с использованием линейных треугольных элементов

В настоящей работе предлагается алгоритм, позволяющий управлять процессом достижения заданной точности вычислений на примере задачи об определении ККН в цилиндрических оболочках, ослабленных круговым отверстием при действии крутящего момента. В основу алгоритма положено свойство геометрического параметра β (1) не зависеть от длины оболочки, а определяться толщиной *h,* радиусами отверстия *r* и оболочки *R*.

Референсные напряжения в случае кручения вычисляются по формуле

$$\tau_0 = \frac{M_k}{2\pi R^2 h} \ . \qquad (2)$$

Показано, что при выборе КЭ-сетки эффективным является применение приема: включение треугольных элементов на границу отверстия, предварительно определив плотность четырехугольных элементов в зоне концентрации напряжений. Простое дробление четырехугольных КЭ приводит к медленной изменяемости напряжений, достичь сходимости решения удается за счет комбинирования двух таких действий.

Объект исследования. В качестве примера выбраны изотропные тонкостенные цилиндрические оболочки с различными комбинациями толщин *R/h* = от 100 до 974 и размеров круговых отверстий *r/R* = от 0,053 до 0,53, длинами *L/R* = от 0,2 до 20,7 (рис. 1).

При подготовке геометрических моделей использовалась система моделирования Autodesk Inventor. Круговое отверстие выполнялось в срединной части плоской прямоугольной заготовки, которая затем сворачивалась в оболочку.

Для КЭ-анализа применялся инструмент инженерного анализа MSC.NASTRAN. Для каждого из отверстий моделировалась своя пер-

воначальная КЭ-сетка. Нижний край оболочки неподвижно закреплен, а верхний соединен с абсолютно жестким Rigid-элементом, в центре которого прикладывается крутящий момент $M_к$ (рис. 1). Изменение длины оболочки проводилось путем добавления либо отсечения частей регулярной сетки на краях оболочки, без каких-либо изменений в ее срединной части, содержащей отверстие.

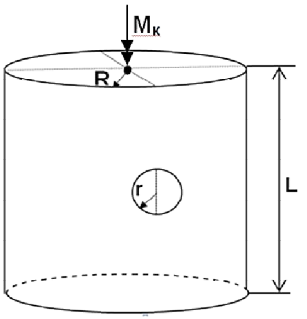


Рис. 1 – **Цилиндрическая оболочка L/R=2, r/R=0,053 β = 0,66**

Алгоритм контроля точности решения. Свойство геометрического параметра β однозначно определять ККН для оболочек бесконечных длин говорит о том, что если рассматривать ряд оболочек «достаточно» больших длин с различными комбинациями размеров отверстий, радиуса оболочки и толщин, но при одинаковом β, то значение ККН для всех оболочек будет одинаковым. Данное условие положено в основу предлагаемого алгоритма, который дает возможность оценивать и контролировать погрешность решения в задачах определения концентрации напряжений.

Основные этапы алгоритма контроля точности решения:

1. Выбрать объект исследования. Вычислить по известной формуле геометрический параметр β.

2. Для конкретного значения β. найти соответствующее теоретическое решение.

3. Провести выбор пары оболочки с таким же значением β, но с другими геометрическими параметрами *r*, *R* и *h.*

4. Выбрать для каждого из отверстий свою первоначальную КЭ-сетку при условии «достаточно» большой длины оболочки. Обеспечить такую длину, для каждого из отверстий, при которостабильно выполняется условие А. И. Лурье независимости ККН от L/R.

5. Уточнить первоначальные сетки путем последовательного дробления четырехузловых Quad-элементов в зоне концентрации напряжений и включения треугольных Tria-элементов на границу отверстия. Основываясь на теоретических решениях выбрать эффективно работающую КЭ-сетку (эталонная).

6. Смоделировать для каждого из отверстий более короткие оболочки путем отсечения регулярных частей по краям эталонной сетки.

7. Для каждого из отверстий построить зависимости ККН от L/R. Полученные горизонтальные участки на кривых, демонстрирующие независимость ККН от L/R, являются необходимым условием для применения данного алгоритма. Разница ККН, полученная на совпадающих таких участках, для двух кривых, показывает точность полученного решения.

8. Выбранная КЭ-сетка для определенного размера отверстия может быть использована для анализа напряженного состояния при переходе, как к другой длине (путем отсечения или добавления частей оболочки по краям), так и к другой толщине. Можно полагать, что точность решения, выдержанная в условиях «достаточно» больших длин, сохранится при переходе к другим длинам или толщинам.

9. В случае отсутствия горизонтальных участков, когда ККН зависит от L/R на всем рассмотренном диапазоне длин, необходимо пересмотреть выбранные комбинации геометрических параметров r/R и R/h и найти такой случай, который соответствует постановке А. И. Лурье.

Геометрический параметр β**.** На рис. 2 приведено сравнение зависимости ККН от параметра β полученного МКЭ с теоретическими данными Ван Дейка [4], основанными на модели А. И. Лурье. МКЭ-результаты получены для оболочек с L/R = 20,7, при этом для каждого β брались различные комбинации размеров отверстия и толщин оболочки. Теоретические данные, полученные для оболочки бесконечной длины, согласуются с полученными численными результатами.

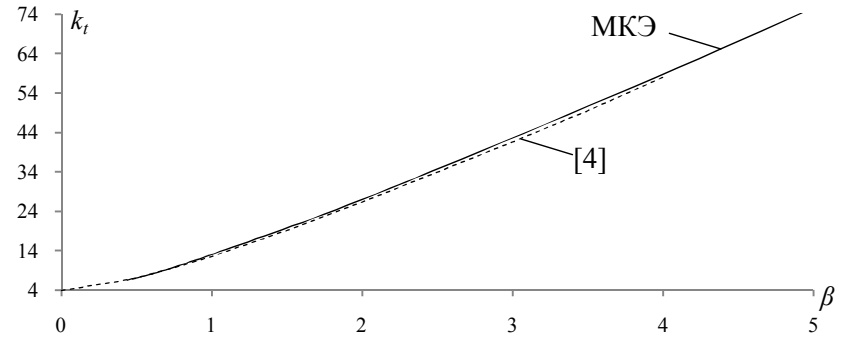
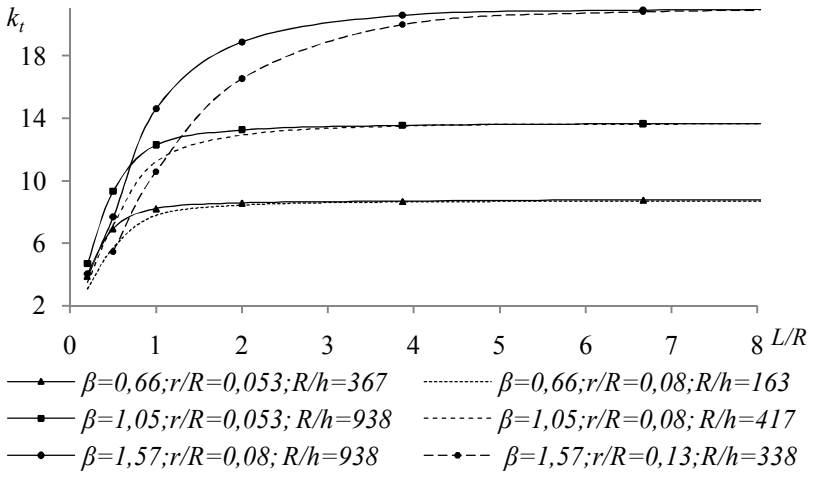


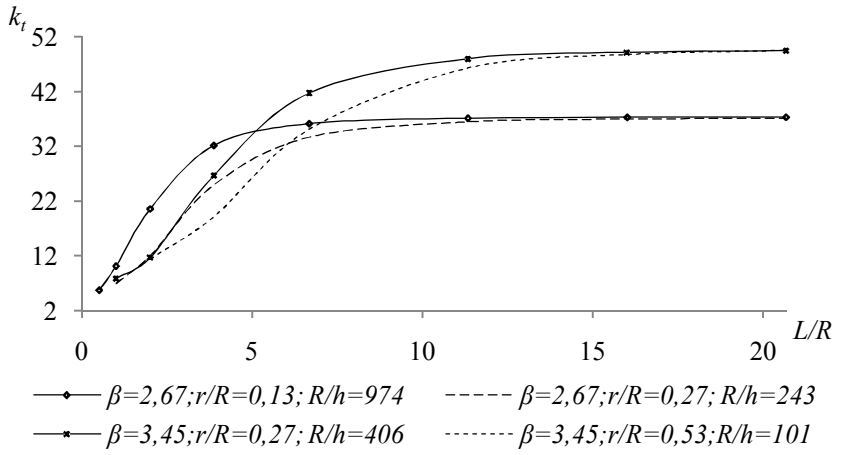
Рис. 2 – **Сравнение МКЭ-результатов с теоретическими данными**

Проведен анализ зависимости ККН от L/R при фиксированном значении β (рис. 3,а, рис. 3,б). Зависимости построены парами при одинаковых β, но для разных радиусов отверстия и толщин. Для каждого размера отверстия моделировалась своя КЭ-модель.

При исследовании пары оболочек с разными сетками, но с одинаковым значением параметра β, необходимым условием, определяющим правильность результатов, является совпадение ККН в условиях, где применима модель А. И. Лурье, т. е. для достаточно больших длин.



а)



б)

Рис. 3 – **Зависимости ККН от L/R при фиксированном *β:* а) малые значения *β;* б) большие значения *β***

Анализ результатов показал, что начиная с некоторых длин скорость роста ККН резко замедляется, и кривые выходят на горизонтальные

«полки». Такие горизонтальные участки, полученные численно, находятся в полном согласии с классической моделью А. И. Лурье, при которой ККН является постоянной и независимой от длины величиной. То есть, начиная с некоторого значения L/R возможно применение подхода А. И. Лурье. На таких горизонтальных участках оболочки можно считать достаточно длинными, так как эти результаты корреспондируются с результатами для бесконечной длины. Таким образом, совпадение таких участков для пары оболочек в условиях больших длин является косвенной проверкой валидности применяемых МКЭ-моделей, которые при разных сетках дают одинаковые результаты. Важно отметить, что не всегда можно получить участки на кривых, где ККН является постоянной величиной, ККН может зависеть от L/R для всего рассмотренного диапазона длин, что будет свидетельствовать о неприменимости подхода А. И. Лурье. Определение областей применимости модели А. И. Лурье только по β недостаточно, необходимо рассматривать комплекс из двух параметров: параметра кривизны (R/h) и параметра отверстия (r/R). Свойство параметра β справедливо в достаточно большом диапазоне значений, однако не при любых комбинациях геометрических параметров R/h и r/R . Можно полагать, что точность решения выдержанная в условиях «достаточно» больших длин, будет уменьшаться при переходе к более коротким оболочкам, так как с укорочением оболочки падает уровень концентрации, и изменяемость напряжений в зоне концентрации уменьшается.

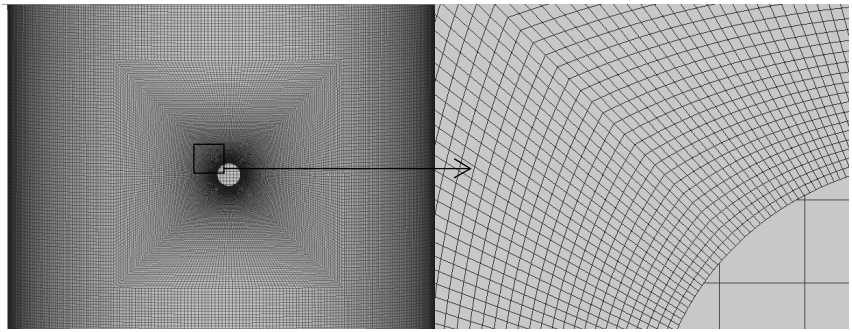
Выбор эталонной КЭ-сетки. С целью получения удовлетворительного решения задачи для каждого из рассматриваемых отверстий проводится построение ряда эффективных КЭ-сеток. Применяются линейные двумерные элементы, для которых доказана сходимость решения. Для каждого из отверстий выбираются первоначальные КЭ-сетки и задается точность решения. Проводится итерационный процесс преобразования КЭ-сетки для пары «достаточно» длинных оболочек. При работе с явлением концентрации напряжений обычно возле отверстий моделируется сетка с локальным сгущением. В зависимости от желаемой точности, задаётся шаг сгущения сетки. Степень близости решений, полученных на разных сетках, будет служить оценкой скорости сходимости. Если при переходе от сетки к сетке результаты достаточно близки, то имеет место сходимость решения. Поскольку зоны концентрации напряжений связаны с быстрой изменяемостью напряжений, то получить напряжения и ККН с высокой точностью простым измельчением элементов весьма сложно, так как в таком случае процесс повышения точности весьма медленный. Предлагается проводить уточнение первоначальных сеток путем комбинации двух шагов. На первом шаге последовательно измельчаются четырехугольные элементы, лежащие вдоль границы отверстия. На втором шаге на границу отверстия включаются треугольные КЭ [8]. Удовлетворительным можно считать такой результат, когда ККН в паре оболочек сойдутся к достаточно близким значениям между собой. Простое уменьшение четырехугольных КЭ

приводит к медленной изменяемости напряжений. Достичь сходимости решения удается за счет комбинирования двух действий. В результате проводится сравнение контролируемого параметра (ККН) с теоретическими данными. Эталонными КЭ-сетками для пары оболочек будут считаться такие, которые дают наиболее близкие результаты между собой. Идейная сторона такого подхода заключается в том, что при стремлении длины к бесконечности значения ККН для выбранной пары оболочек будут сближаться друг к другу. То есть, условием сходимости является совпадение ККН для пары длинных оболочек при одинаковом β.

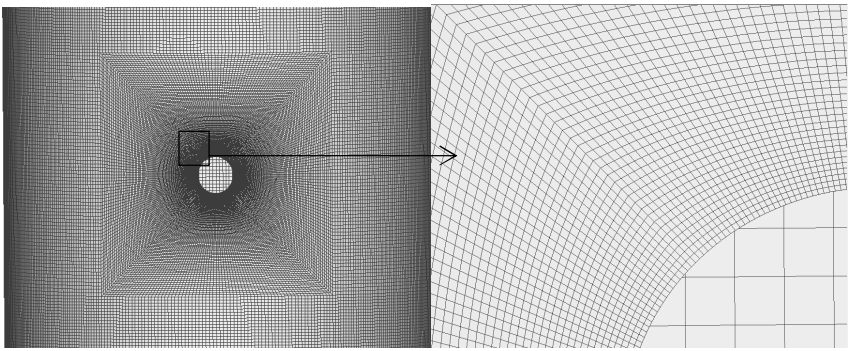
Были проведены численные эксперименты, которые показали, что измельчение общего количества КЭ типа Quadне всегда ведет к достаточно быстрому повышению точности решения, а сгущение сетки в некоторой области отверстия существенного влияния на скорость сходимости не оказывает. Эффективным оказалось уточнение сетки только на границе отверстия, поскольку зоны концентрации напряжений расположены именно там. Учитывая тот факт, что при нагружении оболочки, зоны могут сдвигаться вдоль отверстия, преобразование КЭ-сетки проводится вдоль всей его границы. Проведенное исследование показало, что использование линейных треугольных КЭ в зонах концентрации напряжений может давать результат точнее, в отличие от применения четырехугольных.

Для оценки сходимости решения выполнена серия расчетов на примере пары оболочек с r/R = 0,053 и 0,08 большой длины L/R = 20,7 с небольшим значением β = 0,66. Задача определения НДС решается в линейной постановке. В качестве первого варианта расчета использовались нерегулярные КЭ-сетки MESH 0 (рис. 4,а, рис. 4,б) со сгущением элементов вблизи отверстия и симметричным образом по отношению к оси оболочки. При моделировании использовались четырехузловые Quad-элементы. Процесс уточнения качества исходной КЭ-сетки (MESH 0) заключается в пошаговом преобразовании элементов на границе отверстия. Первое кольцо элементов, прилегающее к кромке отверстия, измельчается в 4, 16 и 256 раз, образованные сетки обозначаются как MESH 1, MESH 2 и MESH 3 соответственно. Получено, что использование Quad приводит к медленной сходимости результатов. Для достижения требуемой точности был применен подход вложения треугольных элементов Tria в четырехугольные Quad путем включения диагоналей на границе отверстия в сетках MESH 0 и MESH 3. Полученные сетки обозначаются как MESH 4 и MESH 5 соответственно.

В табл. 1 представлены результаты исследования влияния выбора КЭ-сетки в зоне концентрации напряжений на точность решения. Для каждой из рассмотренных модификаций сетки приводится значение площади элемента (S), используемого в зоне концентрации напряжений, и соответствующего значения ККН (k_t). Последняя колонка отображает погрешность решения (ε), определяемая как процентное различие значений ККН в исследуемой паре оболочек.



а)



б)

Рис. 4– **Исходная КЭ-сетка (MESH 0) (показана срединная часть оболочки, края условно не отображены):**
а) *r*/*R* = 0,053, *L*/*R* = 20,7, β = 0,66; б) *r*/*R* = 0,08, *L*/*R* = 20,7, β = 0,66

Таблица 1 **– Результаты исследования влияния КЭ-сетки на точность решения**

		r/*R*=0,053		*r*/*R*=0,08		
Наименование КЭ-сетки	*β*	*S*·10e-5, см^2	k_t	*S*·10e-5, см^2	k_t	ε , %
MESH 0	0,66	3,492	8,24	6,090	8,32	0,97
MESH 1		0,879	8,44	1,537	8,48	0,47
MESH 2		0,432	8,54	0,376	8,58	0,47
MESH 3		0,013	8,73	0,023	8,71	0,23
MESH 4		1,746	8,74	3,045	8,71	0,34
MESH 5		0,006	8,89	0,011	8,90	0,11

Рис. 5 демонстрирует влияние типа и размера используемых элементов в зоне концентрации напряжений на скорость сходимости. Представлены зависимости ККН от площади элемента (*S)*. Здесь же, дано аналитическое точное решение Ван – Дейка, полученное в предположении бесконечно длинной оболочки [4] для β = 0,66 (k_t = 8,92), с

которым проводилось сравнение данных, полученных МКЭ. Для каждой из рассмотренных оболочек показана пара кривых, которые отображают итерационный процесс локального уменьшения размера Quad и Tria-элементов. Для каждого расчетного случая указан соответствующий порядковый номер КЭ-сетки (0÷5 – MESH 0÷MESH5).

Анализ результатов показал, что при использовании первоначальных сеток (MESH 0) погрешность решения находится в пределах 1%. Уменьшение площади Quad-элементов в геометрической прогрессии показало медленную сходимость для ККН. Достижение заданной точности только путем измельчения Quad-элементов недостаточно эффективно, в этом случае наблюдается непрерывное возрастание уровня напряжений, причем, измельчение в 4 и 16 раз дает одинаковую погрешность (MESH 1, 2 – ε = 0,47%, MESH 3 – ε = 0,23%).

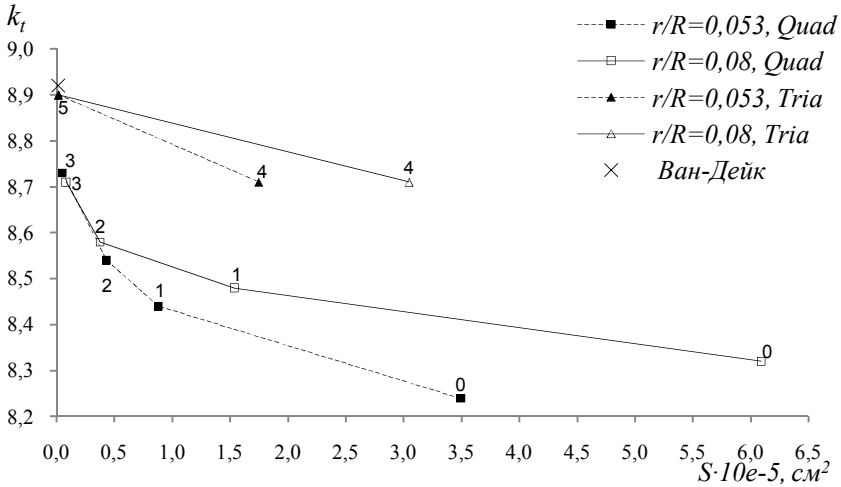


Рис. 5 – **Зависимость ККН от площади элемента в зоне концентрации напряжений**

В случае *r/R* = 0,053 деление в 4 раза привело к изменению величины ККН, относительно первоначальной сетки, на 2,4%, в 16 и 256 раз – на 3,6% и 5,95% соответственно, а в случае *r/R* = 0,08 – 1,9%, 3,1% и 4,7%. Полученная разница между значениями ККН на предыдущей и последующей итерации означает наличие больших градиентов между элементами. Использование треугольных элементов оказывается эффективнее четырехугольных с точки зрения получения более быстрой сходимости решения. Включение треугольников на границу отверстия в первоначальной сетке (MESH 4) изменило результат относительно MESH 0 на 5,7% для *r*/*R*=0,053 и на 4,5% для *r*/*R*=0,08, а включение на границу, предварительно измельченную в 256 раз (MESH 5) произвело изменение относительно MESH 3 на 1,8% и 2,1%.

В случае применения Tria-елементов сходимость лучше (MESH 4 – ε = 0,34%), чем при измельчении Quad-элементов в 4 и 16 раз (MESH 1, 2 – ε = 0,47%). Использование MESH 5 дало не только наилучшее сближение

результатов для пары оболочек (ε = 0,11%), но и хорошее совпадение с теоретическим значением. Разница МКЭ-данных с теоретическими значениями составила 0,3% и 0,2% для *r*/*R* = 0,053 и 0,08 соответственно. Численные данные лежат несколько ниже, так как они получены для конечной длины оболочки *L*/*R*=20,7. В результате проведенного исследования, MESH 5 можно считать эталонной КЭ-сеткой с точки зрения точности определения НДС.

Выбрав сетку для определенного размера отверстий, ее можно использовать при переходе к другим длинам или толщине, где перестройки сетки не требуется.

Выводы. Предложен метод управления процессом достижения заданной точности при решении задач об определении концентрации напряжений в оболочках с отверстием. Разработан алгоритм, позволяющий контролировать погрешность решения и получать достаточно точные результаты. В основе алгоритма лежит свойство геометрического параметра β однозначно определять ККН для бесконечно длинной оболочки в линейной постановке задачи. Идея предложенного алгоритма состоит в подборе пары для оболочки, которую необходимо проанализировать, с тем же значением β, но с другими геометрическими параметрами кривизны и толщины. Для каждого из рассматриваемых отверстий проводится выбор КЭ-сетки при условии задания оболочкам большой длины. Эффективным средством выбора КЭ-сетки является комбинация двух шагов: дробления сетки в области концентрации напряжений и замена четырехугольных Quad-элементов на границе отверстия на треугольные Tria. Условием достижения заданной точности является контролируемая близость ККН для выбранной пары оболочек «достаточно» больших длин. Можно полагать, что точность решения, выдержанная в условиях больших *L*/*R*, будет выдержана при переходе к оболочкам с другими размерами параметров длины и толщины.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. ***Гудрамович В. С.,*** *Гарт Э. Л., Рубинчик О. М.* Линейные и билинейные аппроксимации в проекционно-итерационном варианте метода конечных элементов для плоской задачи теории упругости // Техн. механика. 2009. №2. С .95–104.

2. ***Зенкевич О.*** Метод конечных элементов в технике. М: Мир, 1975. 542 с.

3. ***Лурье А. И.*** Концентрация напряжений в области кругового отверстия на поверхности кругового цилиндра // Прикл. математика и механика. 1946. Т. 10. № 3. С. 307–406.

4. ***Петерсон Р.*** Коэффициенты концентрации напряжений. М.: Мир, 1977. 236 с.

5. ***Сегерлинд Л.*** Применение метода конечных элементов. М: Мир, 1979. 392 с.

6. ***Fereidoon A.,*** *Kolasangianib K., Akbarpourc A., Shariatid M.* Study on buckling of steel cylindrical shells with an elliptical cutout under combined loading // Journal of Computational and Applied Research in Mechanical Engineering. 2013. Vol. 3. No 1. P.13–25.

7. ***Sadowski A. J.,*** *Rotter J. M.* On the relationship between mesh and stress field orientations in linear stability analyses of thin plates and shells // Finite Elements in Analysis and Design. 2013. 73C. P. 42–54.

8. ***D'Azevedo E. F.*** Are bilinear quadrilaterals better than linear triangles? // SIAM J. Sci. Comput. 2000. Vol. 22(1). P. 198–217.

9. ***Mirzagoltabarroshan M.*** Studying Decreased Methods of Stress Concentration around Holes and Openings of Plate and Shell Structures' Body // International Research Journal of Applied and Basic Sciences. 2013. Vol. 5 (8). P. 1008–1015.

10. ***Neethi B.,*** *Haslin M*. Buckling Analysis on Composite Cylindrical Shells with Cut-outs // Int. Journ. of Engineering Trends and Technology. 2015. Vol. 29 (2), P. 68–72.

11. ***Troyani N.,*** *Pérez A. & Baíz P.* Effect of finite element mesh orientation on solution accuracy for torsional problems // Finite Elements in Analysis and Design. 2005. Vol. 41. P. 1377–1383.

12. ***Van Dyke P.*** Stresses about a Circular Hole in a Cylindrical Shell // AIAA Journ. 1965. Vol. 3. No 9. P.1733–1742.

УДК 539.3

М. А. Мєднікова

КОНТРОЛЬ ТОЧНОСТІ РОЗВ'ЯЗКУ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ В ОСЛАБЛЕНИХ ОТВОРОМ ОБОЛОНКАХ

При визначені концентрації напружень в тонкостінних конструкціях з отворами, використання скінчено-елементного підходу приводить до труднощів в отриманні результатів з потрібною точністю, викликані швидкозмінним характером змінення напружень. Пропонується алгоритм, оснований на властивості геометричного параметру А. І. Лурьє безпосередньо визначати коефіцієнт концентрації напружень для оболонок великої довжини, котрий дозволяє контролювати точність розв'язку. Пропонується уточнення скінченно-елементної сітки дробленням Quad-елементів у зоні концентрації напружень і включення Tria-елементів на границю отвору.

Ключові слова: *метод скінченних елементів, скінченно-елементна сітка, циліндрична оболонка, отвір, напружений стан, коефіцієнт концентрації напружень.*

UDC 539.3

M. A. Mednikova

ON CONTROL OF SOLUTION ACCURACY AT DETERMINING STRESS STATE OF CYLINDRICAL SHELLS WEAKENED BY HOLE

At determination of stress concentration in thin-walled constructions with hole application of finite-element approach leads to difficulties to obtain the results with the required accuracy, caused by quickly-variable character of stress change. The algorithm based on property of A.I. Lurie's geometrical parameter directly determining stress concentration factor for long shells, which allows to control solution accuracy is proposed. The specifying of finite-element mesh by grind up Quad-elements in the zone of stress concentration and including Tria-elements on the hole edge is proposed.

Keywords: *finite elements method, finite element mesh, cylindrical shell, hole, stress state, stress concentration factor.*

Shells of the thicknesses R/h and hole sizes r/R with the same value of the geometric parameter β(see (1)) were considered. Each of the shells was considered in a wide range of lengths with L/R from 0.2 to 20.7. Where L, R, h, r – length, radius, thickness of the shell and radius of the hole, accordingly. The software of the engineering analysis MSC.NASTRAN was applied in

study. For each of the holes a separate FE-mesh was simulated. The load, in the form of torque $M_к$, was applied at the center of Rigid-element at the upper circumference of the shell.

There was proposed an algorithm, with which it is possible to reach the high precision at the problems solutions of determining concentration stress, as it is shown in the example of thin-walled shell weakened by circular hole under torsion, in a sufficiently wide range of geometric parameters, knowing the result for one specific shell. The algorithm allows controlling accuracy of solution and is based on property of unique SCF dependence on geometric parameter β, on conditions of sufficiently large length of shells. The iterative process of local transformation of FE-mesh is proposed. The replacement efficiency of FE type from Quad to Triangular in the zone of stress concentration is shown. The condition of given accuracy achievement is controlled closeness of SCF for the pair of sufficiently long shells with different FE-meshes at the same β value.

REFERENCES

1. ***Hudramovich V.S.,*** *Hart E. L., Rubinchik O. M.* Linear and bylinear approximationsin the projection-iterative variant of finite-elements method for the flat task of theory of resiliency // Tekhnicheskaya mechanika. 2009. No 2. 95–104 p. (in Russian).

2. ***Zienkiewicz O. C.*** The finite element method in engineering science. Moscow: Mir, 1975. 542 p.(in Russian).

3. ***Lurie A. I.*** Stress concentration in the region of circular hole on surface circular cylinder // Appl. Math. and Mech. 1946. Vol. 10. No 3. P.307–406. (in Russian).

4. ***Peterson R. E.*** Stress Concentration Factors. Moscow: Mir, 1977. 236 p. (in Russian).

5. **Segerlind L.** Applied Finite Element Analysis. Moscow: Mir, 1979. 392 p.(in Russian).

6 ***Fereidoon A.,*** *Kolasangianib K., Akbarpourc A., Shariatid M.* Study on buckling of steel cylindrical shells with an elliptical cutout under combined loading // Journal of Computational and Applied Research in Mechanical Engineering. 2013. Vol.3. No 1. P.13–25.

7 ***Sadowski A. J.****, Rotter J. M.* On the relationship between mesh and stress field orientations in linear stability analyses of thin plates and shells // Finite Elements in Analysis and Design. 2013. 73C. P. 42–54.

8 ***D'Azevedo E. F.*** Are bilinear quadrilaterals better than linear triangles? // SIAM J. Sci. Comput. 2000. Vol. 22(1). P. 198–217.

9 ***Mirzagoltabarroshan M.*** Studying Decreased Methods of Stress Concentration aro und Holes and Openings of Plate and Shell Structures' Body // International Research Journal of Applied and Basic Sciences. 2013. Vol. 5 (8). P. 1008–1015.

10 ***Neethi B.,*** *Haslin M*. Buckling Analysis on Composite Cylindrical Shells with Cutouts // Int. Journ. of Engineering Trends and Technology. 2015. Vol. 29 (2). P. 68–-72.

11 ***Troyani N.,*** *Pérez A. & Baíz P.* Effect of finite element mesh orientation on solution accuracy for torsional problems // Finite Elements in Analysis and Design. 2005. Vol. 41. P. 1377–1383.

12 ***Van Dyke P.*** Stresses about a Circular Hole in a Cylindrical Shell // AIAA Journ. 1965. Vol. 3. No 9. P.1733–1742.

Друкується за рекомендацією програмного комітетуVII Міжнародної науково-технічної конференції «Актуальні проблеми прикладної механіки та міцності конструкцій», 23-26 травня 2019 р. м. Запоріжжя.

ДП «КБ «Південне» ім. М. К. Янгеля»,
Днепр, Украина,

Надійшла до редколегії 03.01.2019