DOI 10.15421/4222101
УДК 539.3

Д. В. Білий,О. В. Комаров, канд. фіз.-мат. наук

ДОСЛІДЖЕННЯ РУХОМОЇ ТРІЩИНИ В АНІЗОТРОПНОМУ МАТЕРІАЛІ

Розглядається задача про визначення напружено-деформівного стану в околі вершини тріщини, що рухається з усталеною швидкістю в пружному однорідному ортотропному просторі. Тріщина знаходиться під дією зосередженого навантаження, прикладеного до її берегів, яке рухається разом із нею. Для знаходження розв'язку задачі застосовано метод узагальнених комплексних потенціалів, за допомогою якого отримано систему задач лінійного спряження, які розв'язано аналітично. Визначені напруження на продовженні тріщини та побудовані їх залежності від швидкості руху, досліджено характер розкриття тріщини.

Ключові слова: *тріщина в анізотропному просторі; напруження; задача лінійного спряження.*

Вступ. В сучасному будівництві, машино-, літако- та ракетобудуванні композиційні матеріали набувають дедалі ширшого застосування завдяки унікальним фізичним характеристикам. Як наслідок, виникає загроза появи і розповсюдження дефектів, які найчастіше являють собою тріщини. Дослідженню особливостей напружено-деформівного стану в околі рухомої тріщини в ізотропному матеріалі приділяється багато уваги як актуальній і складній проблемі. Рухома тріщина в ізотропному просторі розглядалась в [6, 8]. Ця робота присвячена дослідженню рухомої тріщини в анізотропному просторі, а саме впливу швидкості руху дефекту на розподіл напружень на лінії тріщини та на розкриття тріщини.

Фізична постановка задачі. В роботі запропоновано метод знаходження напружень безпосередньо перед фронтом тріщини скінченної довжини, яка рухається з усталеною швидкістю, меншою за критичну швидкість. Тріщина знаходиться в ортотропному просторі під дією зосередженого навантаження, прикладеного до її берегів, яке рухається разом з тріщиною (рис. 1). Пружні властивості простору визначаються елементами матриці коефіцієнтів жорсткості.

Математична постановка задачі. Рівняння руху для ортотропного матеріалу в нерухомій системі координат (X_1, X_2), згідно до [2, 3] мають наступний вигляд:

$$C_{ijsl}\frac{\partial^2 u_s}{\partial X_l\,\partial X_j}=\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2},\ i,j,s,l=1,2,3, \qquad (1)$$

© Д. В. Білий, О. В. Комаров, 2022

де C_{ijkl} – компоненти тензора пружних сталих; ρ – густина матеріалу. Тут і в подальшому по індексам, що повторюються, проводиться додавання.

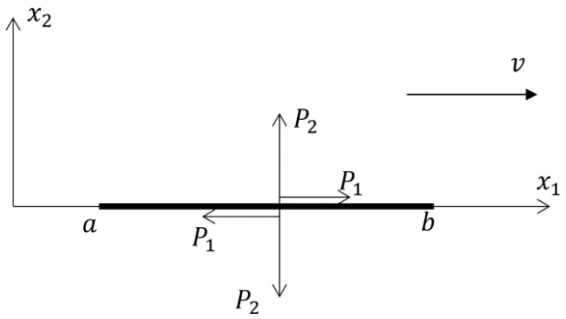


Рис. 1 **– Схематичне зображення постановки задачі**

Визначальні співвідношення для анізотропного матеріалу задаються:
- узагальненим законом Гука

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\frac{\partial u_k}{\partial X_l},\ i,j,k,l = 1,2,3; \tag{2}$$

- співвідношеннями Коші

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i}\right),\ i,j = 1,2,3; \tag{3}$$

- граничними умовами на берегах тріщини

$$\sigma_{2i} = -P_i\delta(X_1 - vt - c),\ \ i = 1,2,\ x_1 \in (a,b), \tag{4}$$

де $\delta(X_1 - vt - c)$ – дельта-функція Дірака.

Розв'язання задачі. Розглянемо тріщину в ортотропному просторі , що рухається усталено зі швидкістю $v < v_C$, де v_C – критична швидкість (рис. 1). Рухома тріщина в нашому випадку є ідеалізацією запропонованою Іоффе [8]. Ця ідеалізація є доцільною при вивченні локальних особливостей напружено-деформівного стану біля вершини усталено рухомої тріщини, що детально показано в [7].

Зробимо заміну координат $x_1 = X_1 - vt,\ x_2 = X_2$. Тоді рівняння (1) набуває наступного вигляду

$$c_{ijsl}(v)\frac{\partial^2 u_s}{\partial x_l \partial x_j} = 0,\ \ i,j,s,l = 1,2 \tag{5}$$

де $c_{ijsl}(v) = C_{ijsl} - \rho v^2 \delta_{1j}\delta_{1l}\delta_{is}$, δ_{mn} – символ Кронекера.

Вважаємо справедливими наступні рівності, які вірні як для нашого, так і для більшості типів навантаження:

$$\sigma_{12}^{+} = \sigma_{12}^{-},\ \sigma_{22}^{+} = \sigma_{22}^{-}. \tag{6}$$

При виконанні умови $v < c_R$ для швидкості руху тріщини рівняння (5) є системою однорідних рівнянь в частинних похідних еліптичного типу, тому для її розв'язання можна застосувати підхід Ліхницького – Ешелбі – Строха узагальнених комплексних потенціалів [3, 8]. Припустимо, що поле переміщень не залежить від координати x_3. В нашому випадку плоского напружено-деформівного стану це припущення справедливе і далі буде розглядатися залежність тільки від координат (x_1, x_2). Представимо вказане поле переміщень через довільну функцію $f(x_1, x_2)$ у вигляді

$$\mathbf{u} = \mathbf{a} f(x_1 + p x_2), \tag{7}$$

де $\mathbf{a}$ – довільний вектор; p_j – невідомі поки що постійні.

Далі підставимо (7) в (5), звідки отримаємо систему однорідних лінійних алгебричних рівнянь відносно компонент вектора $\mathbf{a}$:

$$\left(c_{i1k1} + (c_{i1k2} + c_{i2k1})\, p + c_{i2k2}\, p^2\right) a_k = 0. \tag{8}$$

Нетривіальний розв'язок цієї системи буде існувати тільки у випадку, коли визначник матриці коефіцієнтів дорівнює нулеві:

$$\det\left[c_{i1k1} + (c_{i1k2} + c_{i2k1})\, p + c_{i2k2}\, p^2\right] = 0, \quad i,k = 1,2,3. \tag{9}$$

Отриманий вираз представляє собою рівняння четвертого порядку відносно p, розв'язком якого, в загальному випадку, є дві пари комплексно спряжених коренів. Обравши два корені з додатною уявною частиною, запишемо загальний розв'язок системи (5) в наступному вигляді:

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{f}(z_1, z_2) + \overline{\mathbf{A}\mathbf{f}}(z_1, z_2), \tag{10}$$

де $\mathbf{A} = (a_1, a_2)$ – матриця власних векторів системи (9); $\mathbf{f}(z) = \left(f_1(z)_1, f_2(z_2)\right)$ – вектор-функція узагальнених комплексних змінних $z_i = x_1 + p_i x_2$ $(i = 1,2)$.

Для знаходження напружень, що діють на площині інтерфейсу введемо в розгляд вектор $\mathbf{t} = (\sigma_{21}, \sigma_{22})$, вираз для якого через похідну від функції $f(z)$ отримаємо, підставивши (10) в (2)

$$\mathbf{t} = 2\,\mathrm{Re}[\mathbf{B}\mathbf{f}'(z_1, z_2)], \tag{11}$$

де $B_{ij} = \left(c_{i2\,j1} + p_k\, c_{i2\,j2}\right) A_{jk}$; $\mathbf{f}'(z_1, z_2) = \left(f_1'(z_1),\, f_2'(z_2)\right)$, $i, j, k = 1, 2$.

Зробивши заміну $\mathbf{f}'(z_1, z_2) = \mathbf{F}(z_1, z_2)$, запишемо вектор $\mathbf{t}$ більш детально

$$\begin{aligned} \sigma_{21} &= 2\,\mathrm{Re}[B_{11}F_1(z_1) + B_{12}F_2(z_2)], \\ \sigma_{22} &= 2\,\mathrm{Re}[B_{21}F_1(z_1) + B_{22}F_2(z_2)]. \end{aligned} \tag{12}$$

Для ортотропного простору при заданій орієнтації напрямів пружної симетрії матриця $\mathbf{B}$ матиме елементи тільки з дійсною частиною на головній діагоналі та елементи тільки з уявною частиною на зворотній діагоналі. Тому запишемо її в наступному вигляді для зручності в подальшому аналітичному розрахунку:

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathrm{Re}[B_{11}] & \mathrm{Im}[B_{12}] \\ \mathrm{Im}[B_{21}] & \mathrm{Re}[B_{22}] \end{pmatrix}. \tag{13}$$

За допомогою матриці $\mathbf{D}$ та алгебричних перетворень ми можемо переписати вираз для напружень в наступному вигляді

$$\begin{aligned} \sigma_{21} &= D_{11}\,2\,\mathrm{Re}[F_1(z_1)] - iD_{12}\,2\,\mathrm{Im}[F_2(z_2)], \\ \sigma_{22} &= -D_{21}\,2\,\mathrm{Im}[F_1(z_1)] + D_{22}\,2\,\mathrm{Re}[F_2(z_2)]. \end{aligned} \tag{14}$$

де $z_i = x_1 + p_i\, x_2$; $F_1(z_1)$, $F_2(z_2)$ – аналітичні функції їх комплексних аргументів в просторі.

Розглянемо необхідні нам два випадки навантаження, а саме: при першому типі навантаження, коли діють розтягувальні сили на тріщину, потенціали будуть мати наступну симетрію

$$\mathrm{Re}[F(x_1, -x_2)] = \mathrm{Re}[F(x_1, x_2)],\ \mathrm{Im}[F(x_1, -x_2)] = -\mathrm{Im}[F(x_1, x_2)],$$

та другий тип навантаження, коли на тріщину діють дотичні навантаження, з симетрією вигляду

$$\mathrm{Re}[F(x_1, -x_2)] = -\mathrm{Re}[F(x_1, x_2)] \text{ та } \mathrm{Im}[F(x_1, -x_2)] = \mathrm{Im}[F(x_1, x_2)].$$

Такий тип симетрії потенціалів задовольняє наступним умовам $F(\bar{z}) = \pm\overline{F(z)}$ [6]. Дану властивість потенціалів використаємо, щоб записати напруження безпосередньо на тріщині в наступній формі:

$$\sigma_{21} = b_{11}[F_1^+(x_1,0) + F_1^-(x_1,0)] + ib_{12}[F_2^+(x_1,0) - F_2^-(x_1,0)],$$
$$\sigma_{22} = ib_{21}[F_1^+(x_1,0) - F_1^-(x_1,0)] + b_{22}[F_2^+(x_1,0) + F_2^-(x_1,0)]. \quad (15)$$

Розглянемо перший тип навантаження. Для зручності введемо в розгляд потенціал $\Phi(z) = -iF(z)$ і, підставляючи його та граничні умови у вираз для напружень (15), отримаємо наступні представлення на лінії тріщини:

$$b_{21}[\Phi_1^+(x_1,0) + \Phi_1^-(x_1,0)] + b_{22}[F_1^+(x_1,0) - F_1^-(x_1,0)] = -P_2\delta(x_1 - c),$$
$$b_{11}[\Phi_1^+(x_1,0) - \Phi_1^-(x_1,0)] + b_{12}[F_1^+(x_1,0) - F_1^-(x_1,0)] = 0,\ x_1 \in (a,b). \quad (16)$$

З врахованими в рівнянні (16) граничними умовами очевидна наступна залежність граничних значень потенціалів між собою

$$b_{11}\Phi_1^+(x_1,0) + b_{12}F_1^+(x_1,0) = b_{11}\Phi_1^-(x_1,0) + b_{12}F_1^-(x_1,0). \quad (17)$$

Враховуючи отриману залежність потенціалів, відсутність напружень та переміщень на нескінченості, введемо потенціал наступного вигляду

$$E(z) = b_{11}\Phi_1(z) - b_{12}F_1(z), \quad (18)$$

який буде дорівнювати нулеві у всій комплексній площині, звідки встановлюємо відповідний зв'язок:

$$F_1(z) = \frac{b_{11}}{b_{12}}\Phi_1(z). \quad (19)$$

Підставляючи отриману залежність в умови (16), отримаємо задачу лінійного спряження відносно потенціалу $\Phi_1(z)$:

$$\Phi_1^+ + \Phi_1^- = -\frac{P_2}{T_1}\delta(x_1 - c), \qquad T_1 = \left(b_{21} + \frac{b_{22}b_{11}}{b_{12}}\right), \qquad x_1 \in (a,b).$$

Так як поставлену задачу можна розглядати як суперпозицію двох способів навантаження окремо, провівши представленні вище перетворення для випадку граничних умов в вигляді

$$b_{21}[\Phi_1^+(x_1,0) + \Phi_1^-(x_1,0)] + b_{22}[F_1^+(x_1,0) - F_1^-(x_1,0)] = 0,\ x_1 \in (a,b),$$
$$b_{11}[\Phi_1^+(x_1,0) - \Phi_1^-(x_1,0)] + b_{12}[F_1^+(x_1,0) - F_1^-(x_1,0)] = -P_2\delta(x_1 - c),$$

можна отримати вираз для потенціалу Φ_2 та відповідно записати задачу лінійного спряження для другого випадку навантаження тріщини:

$$\Phi_2^+ + \Phi_2^- = -\frac{P_1}{T_2}\delta(x_1 - c), \quad T_2 = \left(b_{11} + \frac{b_{12}b_{21}}{b_{22}}\right), \quad x_1 \in (a,b). \quad (20)$$

Користуючись властивістю суперпозиції отриманих розв'язків, помножимо другу задачу лінійного спряження на i та додамо до першої задачі лінійного спряження. Отримаємо задачу лінійного спряження для обох напружень у вигляді:

$$\phi^+(x_1) + \phi^-(x_1) = -\frac{P_2\delta(x_1 - c) + iP_1\delta(x_1 - c)}{(T_1 + iT_2)}. \quad (21)$$

де $\phi^{\pm}(x_1, 0) = \Phi_1^{\pm}(x_1, 0) + i\,\Phi_2^{\pm}(x_1, 0)$.

Дійсна частина розв'язку цієї задачі лінійного спряження буде відповідати нормальному напруженню, а уявна частина – дотичному напруженню.

Для розв'язання задачі (21) скористаємося відомою методикою розв'язання подібних задач, викладеною М.І. Мусхелішвілі [5]. Розглянемо рівняння

$$F^+(t) - gF^-(t) = f(t), \quad (22)$$

де g – довільна комплексна постійна $(g \neq 1)$.

Згідно з [5] за відсутності навантаження на нескінченості, розв'язок рівняння (22) має вигляд

$$F(z) = \frac{X_0(z)}{2\pi i}\int_L \frac{f(t)dt}{X_0^+(t)(t - z)}. \quad (23)$$

де $X_0(z) = \prod_{j=1}^{n}(z - a_j)^{-\gamma}(z - b_j)^{\gamma - 1}$, (24)

$\gamma = \alpha + i\beta$ – постійна.

Запишемо $X_0(z), X_0^+(t)$, використовуючи формулу (24), в загальному вигляді, враховуючи, що γ – комплексні числа. Отже, в нашому випадку отримаємо такий результат:

$$X_0(z) = (z - a)^{-\gamma}(z - b)^{\gamma - 1}, \; X_0^+(x_1) = -(x_1 - a)^{-\gamma}(b - x_1)^{\gamma - 1}e^{i\pi\gamma}. \quad (25)$$

Підставляючи (25) в (23), визначимо функції $F_j(z)\ (j = 1,2,3)$:

$$F_j(z) = \frac{(z - a)^{-\gamma_j}(z - b)^{1 - \gamma_j}}{2\pi i}\int_a^b \frac{f_j(x_1)dx_1}{(x_1 - a)^{-\gamma_j}(b - x_1)^{1 - \gamma_j}e^{i\pi\gamma_j}(x_1 - z)}, \quad (26)$$

де $f(x_1)=\dfrac{P_1\delta(x_1-c)+iP_2\delta(x_1-c)}{T_1+iT_2}$.

Задача лінійного спряження загального вигляду має рішення представлене в роботі М.І. Мусхелішвілі [5]. Слідуючи цьому, розв'язок рівняння (21) можна записати у вигляді:

$$\phi(z)=-\frac{P_1+iP_2}{2\pi i\left(T_1+iT_2\right)e^{i\pi/2}(c-a)^{-1/2}(b-c)^{-1/2}}\frac{(z-a)^{-1/2}(z-b)^{-1/2}}{z-c}\ , \quad (27)$$

де T взяті з рівнянь (19) та (20) відповідно.

Підставивши отриманий розв'язок для потенціалів навантаження в задачу лінійного спряження (21), отримаємо значення нормальних та дотичних напружень в околі вершини тріщини.

На основі отриманого розв'язку, підставивши розв'язок задачі лінійного спряження (22) в вираз для напружень (12), можна знайти їх значення на лінії тріщини з правої від неї сторони $(x>b)$:

$$\begin{cases}\sigma_{22}=\mathrm{Re}\left[\dfrac{(z-a)^{-\gamma_i}(z-b)^{\gamma_i-1}}{z-c}\dfrac{(P_1+iP_2)(1+g_i)}{e^{i\pi\gamma_i}(c-a)^{-\gamma_i}(b-c)^{\gamma_i-1}}\right]\\ \sigma_{12}=\mathrm{Im}\left[\dfrac{(z-a)^{-\gamma_i}(z-b)^{\gamma_i-1}}{z-c}\dfrac{(P_1+iP_2)(1+g_i)}{e^{i\pi\gamma_i}(c-a)^{-\gamma_i}(b-c)^{\gamma_i-1}}\right]\end{cases}. \quad (28)$$

Для знаходження переміщень берегів тріщини використаємо розв'язок задачі лінійного спряження (22) та представлення переміщень (10), врахувавши те, що нам цікаве саме розкриття тріщини (переміщення по осі x_1), отримаємо переміщення в такому вигляді:

$$u_1=2\,Re\left[\left(A_{21}-iA_{22}\frac{b_{11}}{b_{12}}\right)\frac{P_1\sqrt{(c-a)(b-c)}}{2\pi T_1}\int\frac{dx}{(x-c)\sqrt{(x-a)(b-x)}}\right]. \quad (29)$$

Числовий розв'язок. На основі представленого вище розв'язання поставленої задачі побудовано алгоритм для знаходження напружень та виконана його числова реалізація, яку проведено на прикладі ортотропного матеріалу, а саме вуглепластика, технічні сталі якого представленні в табл. 1.

Таблиця 1 – **Технічні сталі вуглепластика**

Модулі Юнга, *Па*	Коефіцієнти Пуассона	Модуль зсуву, *ГПа*
$E_{11}=6.91$	$\nu_{13}=0.119$ $\nu_{31}=0.315$	
$E_{22}=8.51$	$\nu_{23}=0.142$ $\nu_{32}=0.307$	$G_{12}=2.41$
$E_{33}=18.4$	$\nu_{12}=0.488$ $\nu_{21}=0.622$	

З виразу (23) для ортотропного простору можна побудувати графік залежності напружень перед фронтом тріщини від сили прикладеної до її берегів, ця залежність зображена на рис. 2. З аналітичного розв'язку помітно, що на лінії тріщини напруження не залежать від швидкості її руху. Для ортотропного простору це справедливо тільки тоді, коли осі пружної симетрії співпадають з осями координат. Не на лінії тріщини вже стане помітним вплив швидкості на напружений стан. З графіка помітно що при наближені до вершини тріщини, напруження прямують до нескінченності, так як це особлива точка.

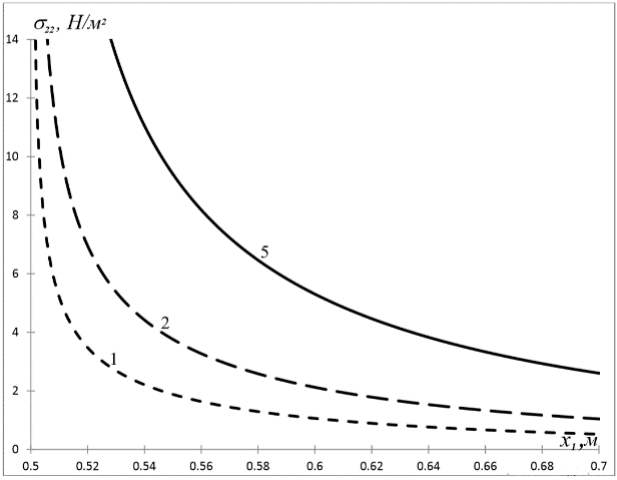


Рис. 2 **– Розподіл напруження σ_{22} перед фронтом тріщини в залежності від прикладеного зовнішнього навантаження**

Отриманий розв'язок дозволяє проаналізувати ступінь розкриття тріщини. Вираз (24) дає змогу побудувати залежність переміщень берегів рухомої тріщини, на яку діє зосереджена розтягувальна сила, від швидкості руху тріщини.

На рис. 3 зображена залежність розкриття тріщини від швидкості для матеріалів з характеристиками, наведеними в табл. 1 [1, 4]. Як можна помітити, з ростом швидкості руху тріщини зростає і ступінь її розкриття. Відповідно до аналітичного розв'язку в вершині тріщини переміщення дорівнюють нулю і зростають у міру наближення до місця прикладення сили. Розкриття тріщини також залежить від навантаження, прикладеного до її берегів, на графіку вище вони однакові для всіх швидкостей. Як видно з аналітичного розв'язку для переміщень (24), чим більша сила, що прикладена до берегів, тим більше розкриття тріщини.

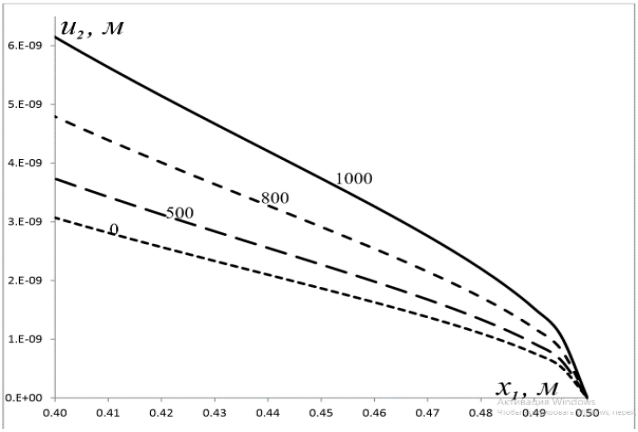


Рис. 3 **– Залежність розкриття тріщини перед правою вершиною тріщини в залежності від швидкості**

Висновки. Досліджено властивості рухомої тріщини та вплив різних способів прикладення зовнішніх сил до її берегів на розподіл напружень перед фронтом тріщини та різних швидкостей руху фронту тріщини на її розкриття. Враховано анізотропію матеріалу, що дає змогу використовувати запропоновані методи в актуальних задачах для прогнозування руйнації композитних матеріалів, які використовуються в багатьох галузях сучасного виробництва. За допомогою запропонованого чисельно-аналітичного методу досліджено вплив пружних властивостей матеріалів на поведінку тріщини. Побудовано ефективний алгоритм для розв'язання поставленої задачі та подібних до неї, за допомогою якого можна проаналізувати напружено-деформівний стан анізотропного простору в околі рухомої тріщини. Сформульовано та розв'язано задачу лінійного спряження для випадку рухомої тріщини, проаналізовано вплив швидкості, з якою рухається фронт тріщини, на напружено-деформівний стан.

БІБЛІОГРАФІЧНІ ПОСИЛАННЯ

1. ***Ашкенази Е. К.***, *Ганов Э. В.* Анизотропия конструкционных материалов. Справочник. Л : Машиностроение, 1972. 40 с.

2. ***Лехницкий С. Г.*** , Некоторые случаи упругого равновесия однородного цилиндра с произвольной анизотропией // Прикладная математика и механика. 1939. Т. 2, вып. 3. С. 345–367.

3. ***Лехницкий С. Г.*** Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 140 с.

4. ***Малмеистер А. К.,*** *Тамуж В. П., Тетерс Г. А.* Сопротивление жестких полимерных материалов. Изд. 2. Рига: Зинатне, 1972. 541 с.

5. ***Мусхелишвили Н. И.*** Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.

6. ***Freund L. B.*** Dynamic Fracture Mechanics // Cambridge University Press.1990. P. 310–320.

7. ***Stroh A. N.*** Steady state problems in anisotropic elasticity // J. Math. Phys. 1962. Vol. 41. P. 77–103.

8. ***Yoffe E.*** The moving Griffith crack // Phil. Mag. 1951. Vol. 42. P. 739–750.

UDC 539.3

D. V. Bilyi
ORCID ID: 0000-0001-6873-5765
O. V. Komarov, PhD (Phys.-Math.)
ORCID ID: 0000-0002-8532-2820

RESEARCH OF MOVING CRACK IN ANISOTROPIC MATERIAL

The problem of determining the stress-strain state around of the tip of a crack moving at a constant speed in an elastic homogeneous orthotropic space is considered. The crack is under the action of a concentrated load applied to its interface, which moves along with the crack. The method of generalized complex potentials was used for the solution. A system of linear conjugation problems was obtained, which were solved analytically. Stresses on the extension of the crack were determined and their dependence on the speed of movement was plotted, the nature of crack opening was investigated.

Keywords: *crack in anisotropic space; stresses; linear conjugation problem.*

This work is devoted to the study of a moving crack in anisotropic space [1–4], namely the influence of the defect velocity on the stress distribution on the crack line and on the crack opening. The paper proposes a method of finding stresses in front of the crack, which moves at a steady speed less than the critical one.

The moving crack, in our case, is an idealization proposed by Yoffe [8] and later investigated by Freund [6]. This idealization is expedient when studying the local features of the stress-strain state near the tip of a fixed moving crack, which is shown in detail in [7]. We obtain the problem of linear conjugation for both stresses in the form:

$$\phi^{+}\left(x_1\right)+\phi^{-}\left(x_1\right)=-\frac{P_2\delta(x_1-c)+iP_1\delta(x_1-c)}{\left(T_1+iT_2\right)}$$

where $\phi^{\pm}\left(x_1,0\right)=\Phi_1^{\pm}\left(x_1,0\right)+i\,\Phi_2^{\pm}\left(x_1,0\right)$. The real part of the solution of this linear conjugation problem will correspond to the normal stresses, and the imaginary part to the tangent stresses. The problem of linear conjugation of general form has a solution of the following form [5]:

$$\phi(z)=-\frac{P_1+iP_2}{2\pi i\left(T_1+iT_2\right)e^{i\pi/2}(c-a)^{-1/2}(b-c)^{-1/2}}\frac{(z-a)^{-1/2}(z-b)^{-1/2}}{z-c}$$

On the base of the problem solution an algorithm for finding stresses is constructed and a numerical implementation of the algorithm is performed.

With the help of the solution, it is possible to plot the dependence of stresses ahead of the crack front on the force applied to its shores. From the analytical solution it is noticeable that the stress cracks on the line do not depend on the speed of its movement. The obtained solution also allows to analyze the degree of crack opening. With increasing of crack velocity the degree of crack opening increases too.

The properties of a moving crack and the influence of different ways of applying external forces to the crack edges on the stress distribution ahead of the crack front and different velocities of the crack front at its opening are studied. All work was carried out taking into account the fact that the anisotropy of production allows the use of recommended methods in current problems with composite materials, which are now used in industry. Therefore the urgent task of predicting the material destruction is of high actuality

REFERENCES

1. ***Ashkenazi E. K.***, *Ganov E. V.* Anisotropy of structural materials: Refer. Book. Leningrad: Mechanical engineering. 1972. 40 p. (in Russian).
2. ***Lehnitskiy S. G.*** Some cases of elastic equilibrium of a homogeneous cylinder with arbitrary anisotropy // Appl. Math. and Mech. 1939. Vol. 2. Iss. 3. P. 345–367. (in Russian).
3. ***Lehnitskiy S. G.*** The Theory of Anisotropic Body, Moscow: Nauka, 1977. 140 p. (in Russian).
4. ***Malmeister A. K.***, *Tamuzh V. P., Teters G. A.* Strength of Rigid Polymer Materials, 2nd ed., Riga, 1972. 541 p. (in Russian).
5. ***Muskhelishvili N. I.*** Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, Moscow: Nauka, 1966. 707 p. (in Russian).
6. ***Freund L. B.*** Dynamic Fracture Mechanics // Cambridge University Press.1990. P. 310–320.
7. ***Stroh A. N.*** Steady state problems in anisotropic elasticity // J. Math. Phys. 1962. Vol. 41. P. 77–103.
8. ***Yoffe E.*** The moving Griffith crack // Phil. Mag. 1951. Vol. 42. P. 739–750.

Дніпровський національний університет
імені Олеся Гончара,
Дніпро, Україна

Надійшла до редколегії 06.07.2022