DOI 10.15421/4222215
УДК 539.3

О. А. Дисковський[1], д-р техн. наук,
А. М. Гребенюк[1], канд. техн. наук,
С. М. Тютченко[2], канд. економ. наук

ПРОЄКТУВАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ СУДИННИХ СТЕНТІВ

Досліджено доцільність заміни гофрованого кільця судинного стента з постійним кроком гофрування на гофроване кільце змінного кроку. Для опису зміни кроку гофрування введено спеціальну функцію. Рівняння рівноваги та деформації аналізували за допомогою методу асимптотичної гомогенізації. Отримано залежність радіальної жорсткості рифленого кільця зі змінним кроком гофрування від конструктивних параметрів. Ефективність розглянутої конструкції оцінюється за площею просвіту, який забезпечує судинний стент. У порівнянні зі стентами з регулярними гофрованими кільцями, ця площа більша, що покращує ефективність кільцевого стента.

Ключові слова: *індивідуальний судинний стент; гофроване кільце; метод асимптотичної гомогенізації; структурний дизайн.*

Вступ. У більшості робіт з проєктування індивідуальних для пацієнта (ІП) судинних стентів [3, 5, 6] не було звернено увагу на те, що склеротичні бляшки стінки судини (рис. 1) мають також ІП розміри і форму. Стент – це тонка металева сітчаста трубочка, яку розміщують у просвіті порожнистих органів і роздувається спеціальним балоном з метою розширення ділянки, звуженої внаслідок патологічного процесу. При цьому розподіл товщини бляшки не є постійним у окружному та поздовжньому напрямках. Це призводить до того, що з боку стінки судини на стент діє радіальний тиск змінної інтенсивності. У даний час цей фактор не враховується і стенти проєктуються з надмірною радіальною жорсткістю яка визначається максимальним значенням радіального тиску. Надлишкова радіальна жорсткість призводить до підвищених розмірів поперечного перерізу волокон стента, що негативно позначається на його медичних показниках та механічних властивостях при обтисканні в процесі установки.

Вирішенням такого протиріччя може бути проєктування стентів зі змінною в окружному напрямку жорсткістю. Для цього пропонується використовувати стент, що складається з гофрованих кілець зі змінним кроком гофрування, приклад якого показаний на рис. 3. Таке гофрування розглядалося у [1, 2, 4], в основному, для оболонкових конструкцій і показало більш високу ефективність при навантаженні змінної інтенсивності.

© О. А. Дисковський, А. М. Гребенюк, С. М. Тютченко, 2022

Моделювання зовнішнього навантаження, що діє на стент після балонування. Проєктування ІП стенту почнемо з математичної моделі склеротичної бляшки для визначення параметрів зовнішнього навантаження, що діє на стент після балонування. Балонування – це введення спеціального провідника до звуженої ділянки судини зі стисненим спеціальним балоном на якому змонтований стент у стислому стані. Введений балон на провіднику роздувається, стент розширюється і втискується у внутрішню стінку судини.

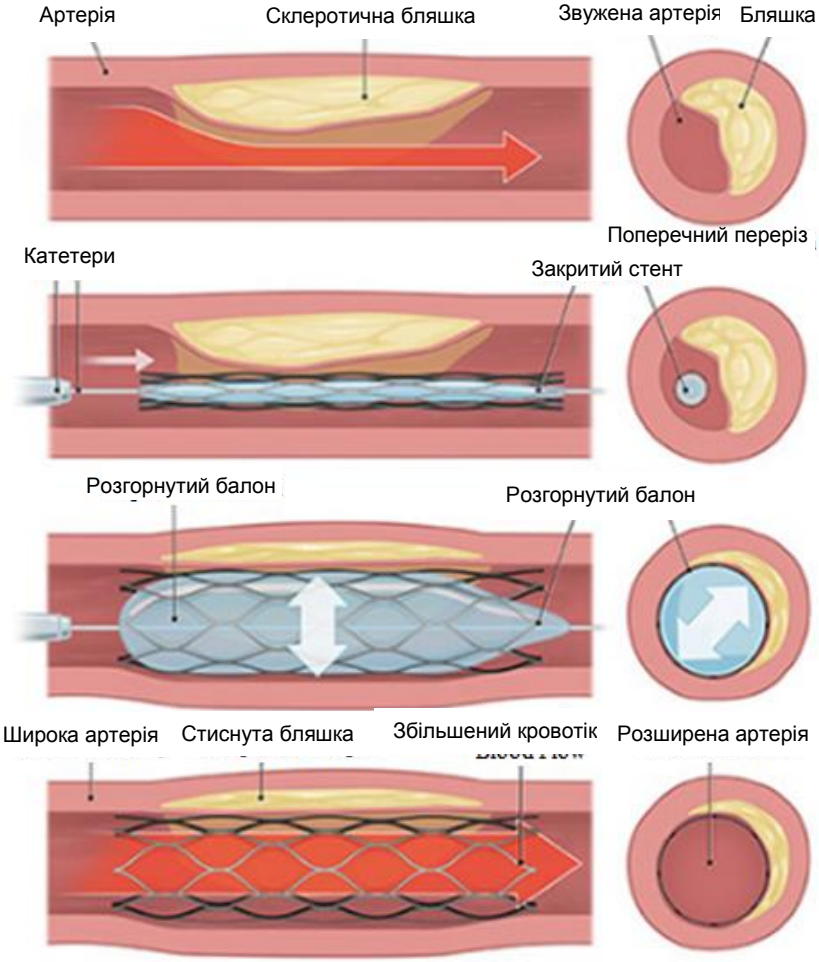


Рис. 1 – **Приклад судинного стенту та схема балонування**

Наприклад, на рис. 4 поперечний переріз склеротичної бляшки моделюється в полярній системі координат на інтервалі [0, 2π] за допомогою степеневої функції

$$\rho(\varphi) = R - (a\varphi^4 + b\varphi^3 + c\varphi^2 + e\varphi + d), \quad (1)$$

де ρ, φ – полярний радіус та кут відповідно; R – радіус базового кола (рис. 4); a, b, c, e, d – коефіцієнти, що визначають форму гофра.

Періодично продовжимо вираз (1) таким чином, разом зі своєю похідною, з періодом 2π, тоді

$$\rho(0) = \rho(2\pi); \quad (2)$$

$$\rho_\varphi(0) = \rho_\varphi(2\pi), \quad (3)$$

де $(\dots)_\varphi = \frac{d}{d\varphi}(\dots)$.

Підставляючи вираз (1) в умови (2), (3), отримуємо

$$\rho = R - a\left(\varphi^4 - 4\pi\varphi^3 + 4\pi^2\varphi^2 + \frac{d}{a}\right), \quad (4)$$

де параметри a, d повинні задовольняти нерівності

$$0 \le \rho \le R. \quad (5)$$

При балонуванні, внаслідок тиску балона внутрішня сторона судини набуває форми кругового кола, а склеротична бляшка переходить на зовнішню сторону цього кола (рис. 1). Ця кругова форма надалі підтримується стентом, на який з боку стінки судини діє зовнішній тиск q_n. Очевидно, що інтенсивність такого тиску не буде рівномірною. Визначення розподілу інтенсивності тиску $q_n(\varphi)$ не є тривіальним завданням. Воно пов'язане, у тому числі, з визначенням пружних властивостей стінки судини та склеротичної бляшки.

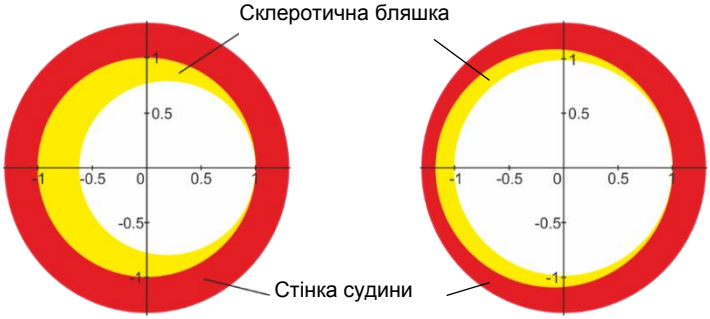


Рис. 2 – **Приклад моделі судинної бляшки до і після балонування**

Проте фізично можна стверджувати, що судина після балонування прагне відновити початкову форму (рис. 2). Тому можна припустити, що

інтенсивність тиску буде обернено пропорційною розподілу товщини стінки судини. Для аналізованої кубічної моделі склеротичної бляшки (4)

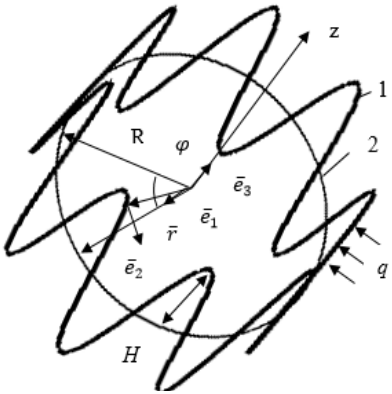
$$q_n = -ka\left(\varphi^3 - 3\pi\varphi^2 + 2\pi^2\varphi + \frac{d}{a}\right), \quad (6)$$

де k – деякий коефіцієнт пропорційності.

Математична модель складової стента – гофрованого кільця з урахуванням нерівномірності тиску стінок судини. В комерційних стентах (рис. 3) вона є регулярно гофрованим кільцем (рис. 4).



Рис. 3 – **Судинний кільцевий стент**



1– гофроване кільце як складова стента;
2 – базове кругове коло, рівновіддалене від вершин гофри;
H – амплітуда гофри;
q – нормальне до циліндричної поверхні радіуса *R*
розподілене навантаження, що діє з боку стінок судини

Рис. 4 – **Схема стенту**

Для радіального навантаження змінної інтенсивності більш раціональним є гофроване кільце зі змінним кроком гофрування, приклад якого показаний на рис. 5. Розгортка гофрованого кільця (рис. 5, б):

$$z = \sin\big(nf(\varphi)\big);\ n = 8;\ \alpha = 0{,}1;$$

$$\mathrm{f} = \alpha\left(\varphi^5 - 5\pi\varphi^4 + \frac{20}{3}\pi\varphi^3 + 20\pi^2(\pi - 1)\varphi^2 + \left(\frac{40}{3}\pi^3 - 16\pi^4 + \frac{1}{\alpha}\right)\varphi\right).$$

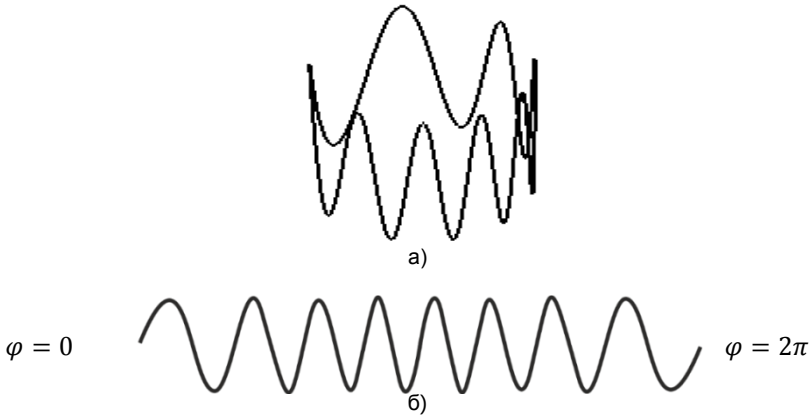


Рис. 5 – **Приклад гофрованого кільця зі змінним кроком гофрування (5): а) загальний вигляд; б) його розгортка**

Векторне рівняння такого кільця в загальному вигляді можна записати у вигляді

$$\bar{r} = R(\bar{e}_1 + z(nf(\varphi))\bar{e}_3), \tag{7}$$

де $f(\varphi)$ – деяка «крокова» функція, похідна якої визначає зміну кроку гофрування; $z = Z/R$ – безрозмірна амплітуда гофри, де $Z = H\ sin\ \varphi$.

Проєктування гофрованого кільця зі змінним кроком гофрування будемо проводити з умовою збереження кількості хвиль

$$f(0) = 0; f(2\pi) = 2\pi;\ f(\varphi) > 0, f_\varphi(\varphi) > 0 \text{ для } \varphi \in [0, 2\pi]\,. \tag{8}$$

Як приклад, задамо крокову функцію у вигляді степеневої функції на інтервалі [0, 2π] і періодично продовжимо її з періодом 2π

$$f = \alpha\left(\varphi^5 - 5\pi\varphi^4 + \frac{20}{3}\pi\varphi^3 + 20\pi^2(\pi - 1)\varphi^2 + \left(\frac{40}{3}\pi^3 - 16\pi^4 + \frac{1}{\alpha}\right)\varphi\right). \tag{9}$$

Радіальна жорсткість гофрованого кільця залежать від «густоти» гофрування, тому за допомогою вибору крокової функції можна керувати зміною такої жорсткості по колу.

Рівняння рівноваги. Розглянемо елемент гофри довжиною ds і діючі на нього сили, отримуємо два векторних рівняння рівноваги

$$\begin{cases} \bar{F}_\varphi + RA\bar{q} = 0; \\ \bar{M}_\varphi + RA\bar{e}_2' \times \bar{F} = 0. \end{cases} \tag{10}$$

Ці рівняння інваріантні по відношенню до будь-якій системи координат. Запишемо їх відносно координат, пов'язаних з базовою круговою окружністю (рис. 4). Для цього представимо вектори, що входять до рівняння (10), у вигляді розкладів по базису $\bar{e}_i\ \left(i = \overline{1,3}\right)$

$$\bar{F} = F_1\bar{e}_1 + F_2\bar{e}_2 + F_3\bar{e}_3;$$
$$\bar{M} = M_1\bar{e}_1 + M_2\bar{e}_2 + M_3\bar{e}_3; \quad (11)$$

$$\bar{q} = q\bar{e}_1,$$

де $q = const$.

Підставляючи розкладання (11) в (10), після перетворень одержуємо рівняння рівноваги в проєкціях на осі базової окружності

$$F_{2\varphi\varphi} - F_2 = -RAq; \quad (12)$$
$$M_{3\varphi\varphi\varphi} + M_{3\varphi} = R^2 A_\varphi q. \quad (13)$$

Гомогенізація рівнянь рівноваги. Рівняння рівноваги (12), (13) дозволяють визначити напружений стан гофрованого кільця при заданій формі гофри (1). Для задачі оптимізації цієї форми необхідно отримати розв'язок у загальному вигляді для невизначеної форми. Отримаємо його за допомогою методу асимптотичної гомогенізації.

Проєкції внутрішніх зусиль та моменту (6) представимо у вигляді

$$F_i = \sum_{k=0}^{\infty} n^{-k} F_{ik}(\varphi, \xi);\ M_i = \sum_{k=0}^{\infty} n^{-k} M_{ik}(\varphi, \xi), \quad (14)$$

де $\xi = n\varphi$; F_{ik}, M_{ik} періодичні по ξ функції с періодом 2π.

Підставляючи розкладання (14) у рівняння (12), (13), після розбиття по степенях *n* та застосовуючи оператор усереднення $\int_0^{2\pi}(\cdots)d\xi$, отримуємо

$$F_{20} = Raq;\ F_{10} \equiv 0;\ M_{10} = M_{20} = M_{30} \equiv 0. \quad (15)$$

Неважко знайти наступні наближення асимптотичних розкладів (14), наприклад

$$M_{11} = R^2 zaq + C(\varphi), \quad (16)$$

де $C(\varphi) \equiv 0$ знаходиться з умови $\int_0^{2\pi} M_{11} d\xi = 0$.

Для оптимізації профілю гофри обмежимося нульовим наближенням напруженого стану, яке збігається з напруженим станом гладкого кругового кільця під дією рівномірного, у даному випадку усередненого, зовнішнього тиску.

Рівняння деформації. Для встановлення залежності $u_1 = u_1(q)$ розглянемо стиснення плоского гофрованого стрижня силами F_{20} і прирівняємо його деформацію до деформації гофрованого кільця $\varepsilon = \frac{u_1}{R}$.

Розв'язок цієї задачі було отримано в [1] на основі асимптотичної гомогенізації:

$$F_{20} = ESk^{-1}u_{20\varphi}, \quad (17)$$

де $k = \frac{S}{\pi I}\int_0^{\pi} z^2 A d\xi + \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} A^{-1} d\xi$.

Замінюючи в (17) поздовжню деформацію плоского стрижня $u_{20\varphi}$ на окружну, неважко отримати нульове наближення шуканої залежності

$$u_{10} = ak\frac{qR^2}{EF}. \tag{18}$$

Найбільшу радіальну жорсткість при заданій довжині дуги створюють синусоїдальні гофри або більш ефективні у цьому плані гофри у вигляді еліптичного синуса [2]. Тому надалі обмежимося, без втрати спільності, синусоїдальними гофрами, тоді

$$a(\varphi) = \frac{2}{\pi}\sqrt{1+m^2}\,E(s), \tag{19}$$

де $m = nhf_\varphi$; $E(s)$ – повний еліптичний інтеграл другого роду $s^2 = \frac{m^2}{1+m^2}$.

Розклавши $E(s)$ по степенях s, отримаємо:

$$a(\varphi) = 4\sqrt{1+m^2}\left(1 - \frac{1}{4}\frac{m^2}{1+m^2} + O(s^4)\right). \tag{20}$$

Для прикладу крокової функції (9) вираз (20) можна розкласти за ступенями $\alpha \ll 1$. Обмежившись першими двома членами цього розкладання, отримуємо

$$a(\varphi) = a_0 + \alpha a_1(4\varphi^3 - 12\pi\varphi^2 + 8\pi^2\varphi), \tag{21}$$

де $a_0 = \sqrt{1+\hat{h}^2}\left(1 - \frac{1}{4}\frac{\hat{h}^2}{1+\hat{h}^2}\right)$; $a_1 = \frac{1}{2}\sqrt{1+\hat{h}^2}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\hat{h}^2}{1+\hat{h}^2}\right)\frac{\hat{h}^2}{\left(1+\hat{h}^2\right)^2}$; $\hat{h} = nh$.

У результаті з (18) одержуємо наступне:

$$u_{10} = \frac{h^2R^2q}{EI}\left(0.62 + \alpha(0.94\varphi^4 - 11.84\varphi^3 + 5.36\varphi^2 + 200.08\varphi - 216.47)\right). \tag{22}$$

На рис. 6 показано порівняння деформацій u_{1c} та u_1, тобто деформації регулярно гофрованого кільця однакового периметру для таких фіксованих параметрів: $R = 1;\ a = 0{,}003;\ d = 0.01;\ n = 8;\ \hat{h} = 0{,}8;\ \alpha = 0{,}0008;\ k = 0{,}5$.

Висновки. Проаналізовано можливу конструкцію індивідуального судинного стента з урахуванням геометрії судинних бляшок. Невід'ємним елементом багатьох видів стентів є гофроване кільце. Пропонується замінити гофри з постійним кроком на гофри зі змінним кроком. Метою є розширення просвіту кровоносних судин. Виведено функцію, яка описує змінність кроку гофрів. Показано, що запропонована модифікація гофрування може бути ефективнішою, ніж відома стандартна конструкція кільця судинного стента.

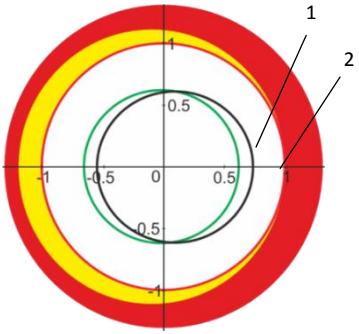


Рис. 6 – **Порівняння радіальної деформації кільця з гофрами зі змінним кроком (лінія 1) і з регулярним гофрованим кільцем того самого периметру (лінія 2) для $R = 1$, $a = 0,003$, $d = 0,01$, $n = 8$, $\tilde{h} = 0,8$, $\alpha = 0,0008$, $k = 0,5$**

БІБЛІОГРАФІЧНІ ПОСИЛАННЯ

1. ***Andrianov I.V.***, *Awrejcewicz J., Diskovsky A.A.* Homogenization of quasi-periodic structures // Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME. 2006. Vol. 128. No. 4. P. 532–534.

2. ***Andrianov I.V.***, *Awrejcewicz J., Diskovsky A.A.* Optimal design of a functionally graded corrugated rods subjected to longitudinal deformation // Archive of Applied Mechanics, 2015. Vol. 85. No. 2. P. 303–314.

3. ***Auricchio F.***, *Conti M., Beule M.D., Santis G.D., Verhegghe B.* Carotid artery stenting simulation: From patient-specific images to finite element analysis // Med. Eng. Phys. 2011. Vol. 33. P. 281–289.

4. ***Andrianov I.V.***, *Awrejcewicz J., Diskovsky A.A.* Optimal design of the vascular stent ring in order to maximise radial stiffness // Archive of Applied Mechanics. 2022. Vol. 92. P. 667–678 / https://doi.org/10.1007/s00419-022-02118-0.

5. ***Han Y.F.***, *Lu W.F.* Optimizing the deformation behavior of stent with non-uniform Poisson's ratio distribution for curved artery // J. Mech. Behav. Biomed. 2018. Vol. 88. P. 442–452.

6. ***Morlacchi S.***, *Colleoni S.G., Cárdenes R., Chiastra C., Diez J.L., Larrabide I., Migliavacca F.* Patient-specific simulations of stenting procedures in coronary bifurcations. Two clinical cases // Med. Eng. Phys. 2013. Vol. 35. P.1272–1281.

UDC 539.3

A. A. Diskovsky, Dr. Sci. (Tech.)
ORCSD ID 0000-0003-1673-6437

A. M. Hrebeniuk, PhD (Tech.)
ORCSD ID 0000-0002-6529-683X

S. M. Tiutchenko, PhD (Ekonom.)
ORCSD ID 0000-0001-8480-6519

DESIGN OF INDIVIDUAL VASCULAR STENTS

The expediency of replacing the corrugated ring of a vascular stent with a constant corrugation pitch for a corrugated ring with a variable pitch is being

investigated. A special function is introduced to describe the change of the corrugation step. The equations of equilibrium and deformation were analyzed by the method of asymptotic homogenization. The dependence of the radial stiffness of the corrugated ring with a variable corrugation step on the design parameters was obtained. The effectiveness of the considered design is evaluated by the area of the lumen provided by the vascular stent. Compared to stents with regular corrugated rings, this area is larger, which improves the efficiency of the ring stent.

Keywords: *individual vascular stent, corrugated ring, asymptotic homogenization method, structural design.*

In most of the work on the design of vascular stents individual for the patient (IP) [3, 5, 6] attention was not paid to the fact that sclerotic plaques of the vessel wall (Fig. 1) also have IP dimensions and shape. At the same time, the distribution of the plaque thickness is not constant in the circumferential and longitudinal directions. This leads to the fact that radial pressure of variable intensity acts on the stent from the side of the vessel wall. Currently, this factor is not taken into account and stents are designed with excessive radial stiffness, which is determined by the maximum value of radial pressure. Excessive radial stiffness leads to increased cross-sectional dimensions of stent fibers, which negatively affects its medical performance and mechanical properties when crimped during installation.

$$\rho(\varphi) = R - (a\varphi^4 + b\varphi^3 + c\varphi^2 + e\varphi + d). \quad (1)$$

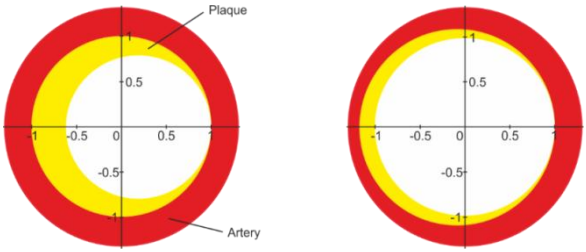


Fig. 1 – **An example of a vascular plaque model (1) before and after ballooning**

The solution to this contradiction can be the design of stents with variable stiffness in the circumferential direction. For this purpose, it is suggested to use a stent consisting of corrugated rings with a variable pitch of corrugation, an example of which is shown in Fig. 2. Such corrugation was considered in works [1, 2, 4] mainly for shell structures and showed higher efficiency under load of variable intensity.



Fig. 2 – **Vascular Ring Stent**

We will start the design of the IP stent with the mathematical model of vascular plaque to determine the parameters of the external load acting on the stent after ballooning. For example, in Fig. 1, the cross-section of vascular plaque is modeled in the polar coordinate system on the interval [0, 2π] using a power function (1).

In commercial stents, the unit cell (Fig. 2) is a regularly corrugated ring.

For a radial load of variable intensity, a corrugated ring with a variable pitch of corrugation is more rational, an example of which is shown in Fig. 3

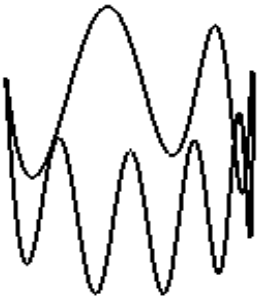


Fig. 3 – **An example of a corrugated ring with a variable pitch of corrugation**

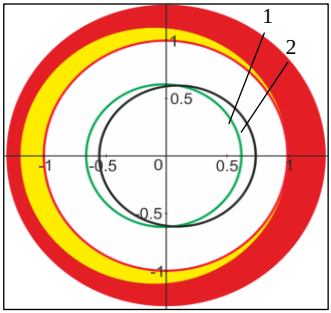


Fig. 4 **– Comparison of the radial deformation of a ring with corrugations with variable pitch (line 1) and with a regular corrugated ring of the same perimeter (line 2)**

As an example, let's define a step function in the form of a power function on the interval [0, 2π] and periodically extend it with a period of 2π

$$f = \alpha\left(\varphi^5 - 5\pi\varphi^4 + \frac{20}{3}\pi\varphi^3 + 20\pi^2(\pi-1)\varphi^2 + \left(\frac{40}{3}\pi^3 - 16\pi^4 + \frac{1}{\alpha}\right)\varphi\right). \quad (2)$$

In Fig. 4 shows a comparison of the deformation a regular corrugated ring and a ring with variable pitch corrugations for the following fixed parameters:

$$R = 1, a = 0.003, d = 0.01, n = 8, \hat{h} = 0.8, \alpha = 0.0008, k = 0.5.$$

Conclusions. The possible design of an individual vascular stent was analyzed taking into account the geometry of vascular plaques. An integral element of many types of stents is a corrugated ring. It is proposed to replace corrugations with a constant pitch for corrugations with a variable pitch. The goal is to expand the lumen of blood vessels. A function is derived that describes the variability of the pitch of the corrugations. It is shown that the proposed corrugation modification can be more effective than the known standard vascular stent ring design.

REFERENCES

1. ***Andrianov I.V.***, *Awrejcewicz J., Diskovsky A.A.* Homogenization of quasi-periodic structures // Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME. 2006. Vol. 128., No. 4. P. 532–534.
2. ***Andrianov I.V.***, *Awrejcewicz J., Diskovsky A.A.* Optimal design of a functionally graded corrugated rods subjected to longitudinal deformation // Archive of Applied Mechanics, 2015. Vol. 85. No. 2. P. 303–314.
3. ***Auricchio F.***, *Conti, M., Beule M.D., Santis G.D., Verhegghe B.* Carotid artery stenting simulation: From patient-specific images to finite element analysis // Med. Eng. Phys. 2011. Vol. 33. P. 281–289.
4. ***Andrianov I.V.***, *Awrejcewicz J., Diskovsky A.A.* Optimal design of the vascular stent ring in order to maximise radial stiffness // Archive of Applied Mechanics. 2022. Vol. 92. P. 667–678 / https://doi.org/10.1007/s00419-022-02118-0.
5. ***Han Y.F.***, *Lu W.F.* Optimizing the deformation behavior of stent with non-uniform Poisson's ratio distribution for curved artery // J. Mech. Behav. Biomed. 2018. Vol. 88. P. 442–452.
6. ***Morlacchi S.***, *Colleoni S.G., Cárdenes R., Chiastra C., Diez J.L., Larrabide I., Migliavacca F.* Patient-specific simulations of stenting procedures in coronary bifurcations. Two clinical cases // Med. Eng. Phys. 2013. Vol. 35. P.1272–1281.

[1]Дніпропетровський університет внутрішніх справ, Дніпро, Україна

[2]Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Дніпро, Україна

Надійшла до редколегії 18.11.2022