УДК 539.3

Н. Д. Джафаров, канд. техн. наук

ИЗМЕНЕНИЕ ОБЪЕМА ПОЛОГО ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ ПРИ КОРРОЗИИ

Рассмотрено полое тело вращения, у которого внешняя и внутренняя поверхности подвержены коррозии. Предполагается, что коррозия приводит лишь к износу поверхности. При этом скорость коррозии может быть постоянной или обратно пропорциональной площади поверхности, на которой проходит коррозия. Построена зависимость этого значения времени от геометрического параметра внешней поверхности.

Ключевые слова: *тело вращения, коррозия, поверхностный износ.*

Введение. Полые тела вращения являются элементами многих конструкций. Примером такого типа тел являются полый цилиндр, широко применяемый в трубопроводном транспорте, шароидальный сосуд, применяемый для хранения и транспортировки горючей жидкости. Аналогичные примеры можно привести из многих отраслей техники, например из нефтегазоперерабатывающей, химической, транспорта и т. д. Во многих примерах эти элементы конструкций подвержены действию агрессивной среды, как с внешней стороны, так и внутренней. В результате коррозии происходит изменение ограничивающей поверхности, что приводит как к изменению объема тела, так и к перераспределению напряженно-деформированного состояния, тела в результате нагружения. Поэтому расчет коррозионного износа является актуальной задачей в машиностроении.

Рассматриваемый процесс коррозии может себя проявлять по разному: привести к внутренней коррозии, к набуханию и т. д. В данной статье исследуется лишь внешний поверхностный коррозийный износ. Отметим, что в зависимости от многих факторов, этот процесс может быть определяющим, учитывая, что действие агрессивной среды начинается с контактирующей поверхности.

Изменение ограничивающей поверхности пространственного тела приводит к изменению его объема, что следует из основных положений химической кинематики. Однако это зависит от поверхности, ее формы и величины площади. Если для односвязанного тела изменение объема зависит от изменения одной поверхности, то для полого тела (двух и более связанных тел) – двух и более поверхностей. Отметим, что для тел вращения изменение объема зависит от изменения двух поверхностей: внешней и внутренней. Поверхностный износ зависит от многих факторов, в частности, от вида химической реакции между агрессивной средой и материалом тела. Разновидность реакции приводит к различным уравнениям износа. Учитывая вышеизложенное, получаем, что определение изменения объема тела вращения в результате коррозии является многофакторной и сложной задачей. Вместе с тем, она представляет научный и практический интерес.

Постановка задачи. Рассмотрим полое тело вращения объема V_0. Под телом вращения подразумевается тело, ограничивающие поверхности которого – соосные поверхности вращения, например вокруг оси OX. Для полого тела рассмотрим две ограничивающие поверхности: S_{01} – внешняя; S_{02} – внутренняя. Через V_{0i} $(i=1,2)$ обозначим объемы тел, ограниченных поверхностями S_{0i}, при этом $V_0 = V_{01} - V_{02}$. Пусть часть поверхности S_{0i} подвержена действию агрессивной среды, приводящей лишь к поверхностному коррозионному износу. В результате этого износа площади поверхностей будут $S_i(t)$, где t – время коррозии, причем $S_i(0) = S_{0i}$. Отметим, что одна из поверхностей может не быть подвергнута коррозии. Химическая суть изменения поверхности заключается в изменении ее за счет химической реакции количества (объема) вещества тела, находящегося на рассматриваемой поверхности в данный момент времени. Для описания этого изменения вводится понятие поверхностной концентрации a: количество (объем) вещества тела, вступившего в реакцию до рассматриваемого момента времени, на единице площади и скорость поверхностной концентрации $\frac{\partial a}{\partial t}$ – количество (объем) вещества тела, вступившего в реакцию, на единице площади за единицу времени. В данном случае вводятся две скорости $\frac{\partial a_i}{\partial t}$ соответственно описывающие износы на поверхностях S_i.

В результате поверхностей износа происходит коррозия тела, т. е. изменение объема тела $V = V(t)$, где V – объем корродируемого тела в момент времени t, причем $V(0) = V_0$. Так как изменение объема вызвано лишь поверхностным износом, то:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \int\limits_{S_1(t)} \frac{\partial a_1}{\partial t} dS_1 - \int\limits_{S_2(t)} \frac{\partial a_2}{\partial t} dS_2 = \frac{\partial V_1}{\partial t} - \frac{\partial V_2}{\partial t}; \quad V_1 = V_{01}; \quad V_2 = V_{02} \text{ при } t = 0. \quad (1)$$

При этом предполагалось, что коррозия происходит вдоль направления нормали к рассматриваемой поверхности и что эта поверхность является гладкой.

Для решения приведенного уравнения необходимо дополнить его уравнением химической реакции, т. е. задать функции $\frac{\partial a_i}{\partial t}$. Простейшей моделью химической реакции, т. е. моделью коррозии, является условие постоянства скорости поверхностной концентрации $\frac{\partial a_i}{\partial t} = K_{0i}$, где K_{0i} – скорость реакции, зависящей от физико-химических свойств пары материал тела – агрессивная среда. В общем случае $K_{01} \neq K_{02}$ – так как K_{0i} зависят от состояния контактной поверхности, например от шероховатости, а они для внутренней и внешней поверхности могут быть разными. Кроме того, свойства сред, действующих на внутреннюю и внешнюю поверхность, могут отличаться, например, для нефтепровода, проложенного в прибрежной зоне и транспортирующего нефть, насыщенную серой. На ряду с рассматриваемой моделью коррозии, применение находит и другая модель: скорость поверхностной концентрации обратно пропорциональна площади поверхности, т. е. $\frac{\partial a_i}{\partial t} = K_i S_i^{-1}$, где K_i – величина, аналогичная K_{0i}.

Предположим, что действие среды распределено равномерно по поверхности, т. е. скорости поверхностей концентрации не зависят от координат точки поверхности. Тогда уравнение (1) упрощается и приводится к следующему виду:

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} = \int\limits_{S_i(t)} \frac{\partial a_i}{\partial t} dS_i = \frac{\partial a_i}{\partial t} S_i; \quad V = V_1 - V_2; \quad V_i = V_{0i} \text{ при } t = 0.$$

С учетом различных моделей износа, предложенных выше, имеем:

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} = K_{0i} S_i; \quad \frac{\partial V_i}{\partial t} = K_i; \quad V = V_1 - V_2, \quad V_i = V_{0i} \text{ при } t = 0. \qquad (2)$$

Отметим, что каждая поверхность может изнашиваться по той, или иной модели коррозии (или вообще не изнашиваться). Таким образом, уравнение (2) описывает восемь различных вариантов коррозии полого тела. Из второго уравнения системы (2) следует, что в рамках предложенной модели изменение объема не зависит от времени. Если предположить, что в процессе коррозии площадь поверхности не меняется, т. е. $S_i = S_{0i} - const$, то первое и второе уравнения системы (2) совпадают при условии $K_{0i} S_{0i} = K_i$. Рассмотрим уравнения системы (2) для тел вращения.

Решение задачи. Рассмотрим тело, ограниченное двумя поверхностями вращения вокруг некоторой прямой, направление которой примем за направление оси OX (рис. 1). Кроме того, это тело ограничено кольцами при $x = a$ и $x = b$ (x – продольная координата, $b - a$ – длина тела). Поверхности вращения определим кривыми $y_i = R_{0i} f_i(x)$, где R_{0i} – некоторые постоянные радиусы вращения (до начала коррозии); $f_i(t)$ гладкие кривые. Индекс «1» соответствует внешней поверхности, и описывает вид тела, индекс «2» – внутренней поверхности и описывает полость тела. В общем случае, $f_1(x) \neq f_2(x)$. Кроме того, $R_{01} f_1(x) > R_{02} f_2(x)$ для любого значения x $(a \le x \le b)$. Если $f_i(x) = 1$, то поверхность вращения есть цилиндрическая поверхность, а само тело до коррозии есть труба с внутренним R_{02} и наружным R_{01} радиусами ($R_{01} - R_{02}$ – толщина трубы). Пусть данное тело контактирует с агрессивными средами: с внешней стороны – с поверхностью, определенной величиной y_1, с внутренней стороны – с поверхностью S_{01}, определенной величиной y_2. На кольцах при $x = a$ и $x = b$ нет коррозионного износа, т. е. $L = const$. Предположив, что износ происходит равномерно по поверхностям, следует, что корродируемые поверхности остаются поверхностями вращения и описываются следующими кривыми $y_i = R_i(t) f_i(x)$, где $R_i(t)$ радиусы вращения поверхностей, подверженных коррозии.

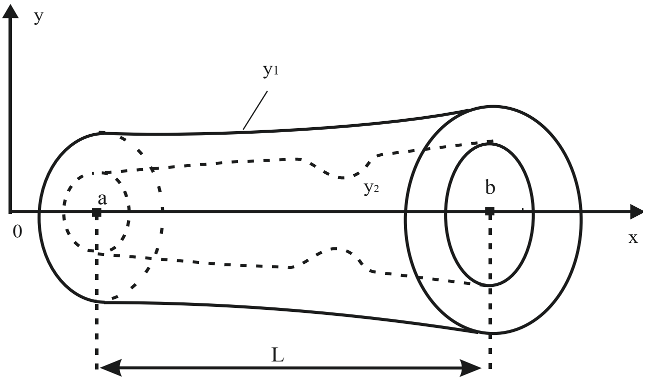


Рис. 1 – **Корродируемое тело вращения**

Для рассматриваемого тела преобразуем систему (2), определив необходимые величины. Эти величины находятся из следующих равенств:

$$S_i(t) = 2\pi R_i(t) \int_a^b f_i(x)dx\,; \qquad V_i(t) = \pi R_i^2(t) \int_a^b f_i^2(x)dx\,;$$

$$V(t) = \pi\left[R_1^2(t) \int_a^b f_1^2(x)dx - R_2^2(t) \int_a^b f_2^2(x)dx \right].$$

С учетом этих соотношений система (2) примет следующий вид:

$$\frac{dR_i}{dt} = K_{0i}\left[\int_a^b f_i(x)dx\right]\left[\int_a^b f_i^2(x)dx\right]^{-1}; \quad R_i \frac{dR_i}{dt} = K_i \frac{1}{2\pi}\left[\int_a^b f_i^2(x)dx\right]^{-1};$$

$$R_i = R_{0i} \text{ при } t = 0. \qquad (3)$$

После интегрирования уравнений (3), с учетом начальных условий, получаем зависимости характерных геометрических параметров ограничивающих поверхностей тела R_i от времени коррозии t. Эти зависимости представим для соответствующих уравнений следующим образом:

$$R_i(t) = R_{0i} + K_{0i}\left[\int_a^b f_i(x)dx\right]\cdot\left[\int_a^b f_i^2(x)dx\right]^{-1} \times t = R_{0i} + K_{0i}\frac{R_{0i}}{2}\frac{S_{0i}}{V_{0i}}t\,,$$

$$R_i(t)=\left[R_{0i}^2+K_i\frac{t}{\pi}\left[\int_a^b f_i^2(x)dx\right]^{-1}\right]^{\frac{1}{2}}=\left[R_{0i}^2+K_i\frac{R_{0i}^2}{V_{0i}}t\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (4)$$

Полученные зависимости позволяют определить изменения любых геометрических параметров координируемого тела во времени, в частности изменение объема тела. Для этого необходимо воспользоваться соотношением $V(t)=V_1(t)-V_2(t)$, а так же уточнить модель износа каждой поверхности.

Отметим особенности зависимостей (4). Если $i=1$, т. е. при рассмотрении внешней поверхности, K_1 и K_{01} берутся со знаком «–«, так как при износе этой поверхности ее площадь убывает во времени, следовательно, $R_1(t)$ убывающая функция. Если $i=2$, т. е. рассматривается внутренняя поверхность, K_2 и K_{02} берутся со знаком «+», так как ее площадь возрастает во времени, следовательно, $R_2(t)$ – возрастающая функция. Кроме того, если скорость поверхностной концентрации постоянна, то изменения геометрических параметров зависят от начального объема каждой части тела. В противном случае эти изменения зависят как от начального объема, так и от начальной площади каждой части. В обоих случаях с уменьшением начального объема каждой части (это не означает уменьшение начального объема тела) скорость изменения радиусов возрастает. Это происходит и при увеличении начальной площади поверхности каждой части.

Анализ решения. Для количественной оценки зависимостей рассмотрим конкретные тела. Пусть внутренняя поверхность является цилиндрической со следующими параметрами:

$$y_2=R_{02};\quad f_2(x)=1;\quad 0\le x\le L;\quad S_{02}=2\pi R_{02}L;$$
$$V_{02}=\pi R_{02}^2 L;\quad a=0;\ b=L.$$

Внешнюю поверхность примем конической, т. е.

$$y_1=R_{01}f_1(x);\quad f_1(x)=1+\frac{x}{L}(\alpha-1);\quad 0\le x\le L;$$

$$S_{01}=2\pi R_{01}L(1+\alpha);\quad V_{01}=\pi R_{01}^2 L\frac{1}{3}\left(1+\alpha+\alpha^2\right).$$

Такого типа тела в машиностроении называются коническими втулками. Они широко применятся при проектировании осей вращения в различных механизмах. Отметим, что $\alpha R_{01}>R_{02}$ при $\alpha<1$ и $R_{01}>R_{02}$ при $\alpha>1$, где α – параметр, характеризующий наклон образующей конической поверхности.

Рассмотрим четыре варианта износа поверхностей. Первый вариант: на внешней и внутренней поверхностях скорость поверхностной концентрации зависит от площади поверхности. Тогда:

$$R_1(t) = \left(R_{01}^2 - K_1 \frac{R_{01}^2}{V_{01}} t \right)^{\frac{1}{2}} = R_{01} \left(1 - K_1 t \cdot \frac{3}{\pi R_{01}^2 L} \cdot \frac{1}{1+\alpha+\alpha^2} \right)^{\frac{1}{2}};$$

$$R_2(t) = \left(R_{02}^2 + K_2 \frac{R_{02}^2}{V_{02}} t \right)^{\frac{1}{2}} = R_{02} \left(1 + K_2 t \cdot \frac{1}{\pi R_{02}^2 L} \right)^{\frac{1}{2}};$$

$$\begin{aligned} V(t) &= \pi R_1^2 L \frac{1}{3}\left(1+\alpha+\alpha^2\right) - \pi R_2^2 L = \\ &= \pi L \left[\frac{1}{3}\left(1+\alpha+\alpha^2\right) R_{01}^2 \left(1 - K_1 t \frac{3}{\pi R_{01}^2 L} \cdot \frac{1}{1+\alpha+\alpha^2} \right) - \right. \\ &\left. - R_{02}^2 \left(1 + K_2 t \frac{1}{\pi R_{02}^2 L} \right) \right] = V_{01} - K_1 t - V_{02} - K_2 t = V_0 - \left(K_1 + K_2\right) t. \end{aligned} \tag{5}$$

Второй вариант: на внешней поверхности скорость поверхностной концентрации зависит от площади поверхности, а на внутренней – не зависит. Тогда

$$R_2(t) = R_{02} \left(1 + K_{02} \frac{1}{2} \frac{S_{02}}{V_{02}} t \right) = R_{02} \left(1 + K_{02} \frac{1}{2} t \frac{2\pi R_{02} L}{\pi R_{02}^2 L} \right) = R_{02} \left(1 + \frac{K_{02} t}{R_{02}} \right);$$

$$V = V_{01} - K_1 t - \pi L R_{02}^2 \left(1 + \frac{K_{02} t}{R_{02}} \right)^2 = V_0 - t\left(K_1 + 2K_{02} \pi L R_{02} + K_{02}^2 t \pi L \right). \tag{6}$$

Отметим, что величина $R_1(t)$ определена в (5).

Третий вариант: на внешней поверхности скорость поверхностной концентрации постоянна, а на внутренней зависит от площади поверхности. Тогда

$$R_1(t) = R_{01} \left(1 - K_{01} \frac{1}{2} \frac{S_{01}}{V_{01}} t \right) = R_{01} \left(1 - K_{01} \frac{1+\alpha}{1+\alpha+\alpha^2} \frac{3}{2} t \frac{1}{R_{01}} \right);$$

$$\begin{aligned} V(t) &= \pi R_1^2 L \frac{1}{3}\left(1+\alpha+\alpha^2\right) - V_{02} - K_2 t = \\ &= \pi L \frac{1}{3}\left(1+\alpha+\alpha^2\right) R_{01}^2 \left(1 - K_{01} \frac{3}{2} t \frac{1}{R_{01}} \frac{1+\alpha}{1+\alpha+\alpha^2} \right)^2 - V_{02} - K_2 t = \\ &= V_0 - t\left[K_2 + K_{01} R_{01} (1+\alpha) \pi L - t \pi L \frac{3}{4} \left(1+\alpha+\alpha^2\right)^{-1} (1+\alpha)^2 K_{01}^2 \right]. \end{aligned} \tag{7}$$

Величина $R_2(t)$ определена в (5).

Четвертый вариант: на внешней и внутренней поверхностях скорость поверхностной концентрации постоянна. Тогда величина $R_1(t)$ определяется из (7), величина $R_2(t)$ – из (6), а величина V определяется следующим выражением

$$V(t) = V_0 - t\left[K_{01}R_{01}(1+\alpha)\pi L - t\pi L\frac{3}{4}\left(1+\alpha+\alpha^2\right)^{-1}(1+\alpha)^2 K_{01}^2\right] - \\ -t\left[2K_{02}\pi R_{02}L + tK_{02}^2\pi L\right]. \quad (8)$$

Отметим, что выражение в квадратных скобках для соотношения (8) (так же как и для соотношения (7)) всегда положительное. Это следует из условия, что $R_1(t)$ должно быть положительной функцией.

Приведенные зависимости имеют смысл до тех пор, пока внешняя и внутренняя поверхности не соприкоснутся, т. е. пока идет процесс коррозии тела. Исходя из геометрии тела, очевидно, что поверхности соприкоснутся на одном из торцов. При дальнейшей коррозии длина тела меняется, т. е. условие соприкосновения поверхностей можно принять как условие износа рассматриваемого тела. Это условие зависит от значения α. Если $\alpha < 1$, то рассматриваемое условие приводит к равенству $\alpha R_1(t_{c1}) = R_2(t_{c1})$, где t_{c1} – время износа при $\alpha < 1$. Оно определяется из следующих равенств:

$$\alpha^2 R_{01}^2\left(1 - K_1 t_{c1}\frac{3}{\pi R_{01}^2 L}\cdot\frac{1}{1+\alpha+\alpha^2}\right) = R_{02}^2\left(1 + K_{02}t_{c1}\frac{1}{\pi R_{02}}\right)^2,$$

$$\alpha^2 R_{01}^2\left(1 - K_{01}\frac{1+\alpha}{1+\alpha+\alpha^2}\frac{3}{2}\frac{1}{R_{01}}t_{c1}\right)^2 = R_{02}^2\left(1 + K_2 t_{c1}\frac{1}{\pi R_{02}^2 L}\right),$$

$$\alpha^2 R_{01}^2\left(1 - K_{01}t_{c1}\frac{1+\alpha}{1+\alpha+\alpha^2}\frac{3}{2}\frac{1}{R_{01}}t_{c1}\right)^2 = R_{02}^2\left(1 + K_2 t_{c1}\frac{1}{R_{02}}\right)^2. \quad (9)$$

Проведенные соотношения получены, основываясь, соответственно, на уравнениях (5) – (8). Если $\alpha > 1$, то рассматриваемое условие приводит к равенству $R_1(t_{c2}) = R_2(t_{c2})$, где t_{c2} – время износа при $\alpha > 1$. Оно определяется из равенств (9) при заменах: $t_{c1} = t_{c2}$; $\alpha R_{01} = R_{01}$.

Для численного анализа величин t_{ci} введем следующие безразмерные величины. Зафиксировав параметры внутренней поверхности R_{01} и L, имеем:

$$\frac{R_{02}}{R_{01}} = r \ (r < \alpha \text{ при } \alpha < 1;\ r < 1 \text{ при } \alpha > 1);$$

$$\frac{K_{01}t_{ci}}{R_{01}} = \tau_i; \qquad \frac{K_i}{K_{01}\pi R_{01}L} = C_i; \qquad \frac{K_{02}}{K_{01}} = K.$$

Тогда для $\alpha > 1$ уравнения (9) перепишем следующим образом:

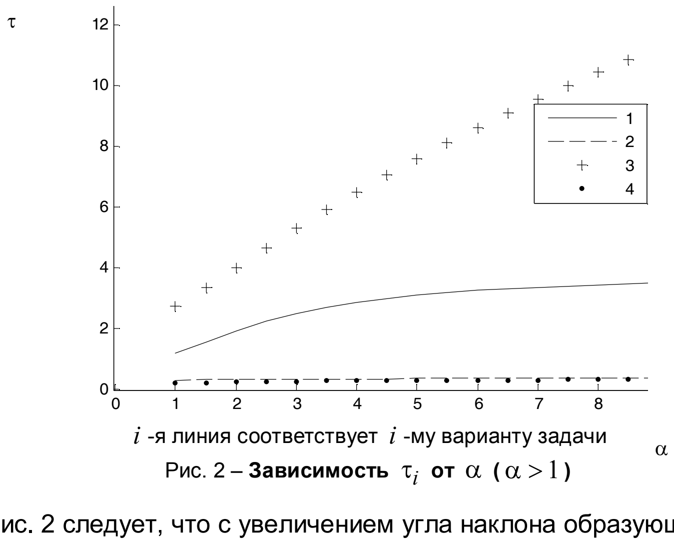
$$\tau\left(r^2 C_2 + C_1 \frac{3}{1+\alpha+\alpha^2}\right) = 1 - r^2\,;$$

$$\tau^2 K^2 + \tau\left(2rK + \frac{3}{1+\alpha+\alpha^2} C_1\right) - 1 + r^2 = 0\,;$$

$$\tau^2 \cdot \frac{9}{4}\left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha+\alpha^2}\right)^2 - \tau\left(3 \cdot \frac{1+\alpha}{1+\alpha+\alpha^2} + r^2 C_2\right) + 1 - r^2 = 0\,;$$

$$\tau^2\left[\frac{9}{4}\left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha+\alpha^2}\right)^2 - K^2\right] - \tau\left(3 \cdot \frac{1+\alpha}{1+\alpha+\alpha^2} + 2Kr\right) + 1 - r^2 = 0\,. \qquad (10)$$

На рис. 2 представлены зависимости τ_i (τ_i соответствует корню i-го уравнения (10)) от α при следующих значениях параметров: $r = 2/3$; $C_1 = C_2 = 1/3$; $K = 1$.



i-я линия соответствует i-му варианту задачи

Рис. 2 – **Зависимость τ_i от α ($\alpha > 1$)**

Из рис. 2 следует, что с увеличением угла наклона образующей внешней поверхности (α) время коррозионного износа тела увеличивается. Если на внутренней поверхности втулки скорость износа обратно пропорциональна площади поверхности, а на внешней поверхности скорость износа постоянна, то в этом случае, по сравнению с другими, время износа принимает наибольшее значение.

Выводы. В работе рассматривается полое тело вращения, аналогичное коническим втулкам, широко применяемым в машиностроении. Предполагается, что рассматриваемое тело подвержено коррозии, происходящей, как на внешней, так и на внутренней поверхностях. При этом предполагается, что коррозия приводит лишь к износу поверхностей. Для этой задачи получена зависимость изменения объема тела от времени коррозии. При этом рассматривались две модели износа: когда скорость износа постоянна и когда скорость износа обратно пропорциональна площади поверхности, контактирующей с агрессивной средой. Для обоих моделей найдено время износа тела, определенное из условия соприкосновения, хотя бы в одной точке внутренней и внешней поверхностей. При этом рассмотрены четыре варианта воздействия агрессивной среды на тело. В работе для конической втулки построена зависимость времени износа от угла наклона образующей конической поверхности для всех четырех вариантов воздействия. Из графика следует, что увеличение угла наклона приводит к увеличению времени износа.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. ***Скорчеллетти В. В.*** Теоретические основы коррозия металлов / В. В. Скорчеллетти. – Л. : Химия, 1973. – 263 с.
2. ***Семенова И. В.*** Коррозия и защита от коррозии / И. В. Семенова, Г. М. Флорианович, А. В. Хорошилов. – М. : Физ.-мат. литература, 2006. – 371 с.
3. ***Корн Г.*** Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1977. – 832 с.
4. ***Стеклов О. И.*** Стойкость материалов и конструкций к коррозии под напряжением / О.И. Стеклов. – М. : Машиностроение, 1990. – 384 с.
5. ***Етелин М. И.*** Защита машин от коррозии в условиях эксплуатации / М. И. Етелин., А. А. Герасименко. – М. : Машиностроение, 1980. – 224 с.

Азербайджанская государственная
нефтяная академия,
Баку, Азербайджан

Поступила в редколлегию 20.03.2012

Н. Д. Джафаров, канд. техн. наук

ЗМІНА ОБ'ЄМУ ПОРОЖНИСТОГО ТІЛА ОБЕРТАННЯ ПРИ КОРОЗІЇ

У роботі розглядається порожнисте тіло обертання, у якого зовнішня й внутрішня поверхні піддаються корозії. Передбачається, що корозія приводить лише до зносу поверхні. При цьому швидкість корозії може бути постійною або зворотно пропорційна площі поверхні, на якій проходить корозія. Побудована залежність цього значення часу від геометричного параметра зовнішньої поверхні.

Ключові слова: *тіло обертання, корозія, поверхневий знос.*

N. D. Jafarov Associate Professor

CHANGES IN THE VOLUME OF THE HOLLOW SOLID REVOLVING UNDER CORROSION

The paper considers a hollow solid of revolution with corroded outside and inside surfaces. It is supposed that corrosion brings to only surface wear. In this case velocity of corrosion may be constant or inversely proportional to the square of the corroded surface. Dependence of this value of time on geometrical parameter of the outside surface is determined.

Keywords: *revolving solid, corrosion, surface deterioration.*